

К расчёту на прочность Z-образного металлического уплотнения с врезающимися элементами, деформируемого упруго-пластически

Шишкин С.В., Бойков А.А.* , Колпаков А.М.**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail: a.boickov@yandex.ru*

***e-mail: amk1@bk.ru*

Статья поступила 21.10.2019

Аннотация

В статье рассматривается соединение с не контактирующими фланцами, которое герметизируется за счёт установки в узел Z-образного уплотнения. Ставится вопрос о необходимости получения метода расчёта данного уплотнения на прочность и жёсткость. Проводится теоретическое исследование, в рамках которого рассматриваются теория осесимметричной деформации колец К.Б. Бицено и метод переменных параметров упругости И.А. Биргера с целью их совмещения. Таким образом, осуществляется вывод основных зависимостей метода расчёта на прочность и жёсткость Z-образного уплотнения, деформируемого упруго-пластически при затяжке соединения. В итоге, решение исследовательской задачи, охватывая довольно узкий спектр типов конструкций, имеет высокий потенциал дальнейшего применения в аналогичных задачах, где также требуется рассчитать напряжённо-деформированное состояние осесимметричного профилированного кольца, которое деформируется упруго-пластически. При этом главным достоинством представленных приёмов расчёта является их относительная

упрощённость за счёт того, что упруго-пластическая задача полностью решается методами теории упругости, что унаследовано из упомянутого выше метода переменных параметров упругости.

Ключевые слова: Z-образное уплотнение, упруго-пластическая задача, метод переменных параметров упругости.

Введение

В ответственных соединениях магистралей авиационной и ракетной техники нередко используют металлические деформируемые уплотнения с врезающимися кромками. Надёжность этих соединений при повышенном давлении и температуре рабочей среды объясняется особенностями нагружения уплотнения при затяжке болтов.

По сравнению с материалом фланцев уплотнение имеет более высокий предел текучести. Поэтому герметизация соединения достигается за счёт внедрения острых кромок в контактные поверхности фланцев. В результате пластической деформации на них образуются канавки, при этом часть материала выдавливается в наплывы. Так как длина участков контакта сравнительно невелика, то величина давления кромок на уплотняемые поверхности фланцев значительна, хотя она и не является определяющим фактором обеспечения требуемой плотности стыка.

Известно, что степень герметичности уплотняемого стыка зависит в основном от высоты шероховатости сопрягаемых поверхностей [1]. Поэтому кромки уплотнения полируются до высокой чистоты, а их внедрение обеспечивает

достаточно малую высоту неровностей на ответных поверхностях выдавленных канавок фланцев при пластическом течении металла.

Локализация контактной нагрузки требует сравнительно низкого уровня напряжений в теле уплотнения. Хотя оно и деформируется упруго-пластически, его работоспособность определяется только упругими свойствами. В соединениях с не контактирующими фланцами уплотнение полностью воспринимает усилие затяжки болтов, что позволяет снизить массу узла за счёт установки более лёгкого крепежа.

Постановка задачи

Высокий уровень контактной нагрузки на кромках требует обязательной оценки их длительной прочности в условиях эксплуатации. Для решения данной задачи можно использовать численные методы или апробированные уравнения строительной механики машин, при этом необходимым условием расчёта является моделирование контактного взаимодействия уплотняемых поверхностей.

Конструкция фланцевого соединения трубопроводов с металлическим уплотнением Z-образного профиля показана на рис. 1 при обозначении необходимых размеров деталей. Уплотнение представляет собой профилированное кольцо. Поэтому для расчёта его напряжённо-деформированного состояния используются известные уравнения теории осесимметричной деформации колец с учётом пластической деформации при малых перемещениях.

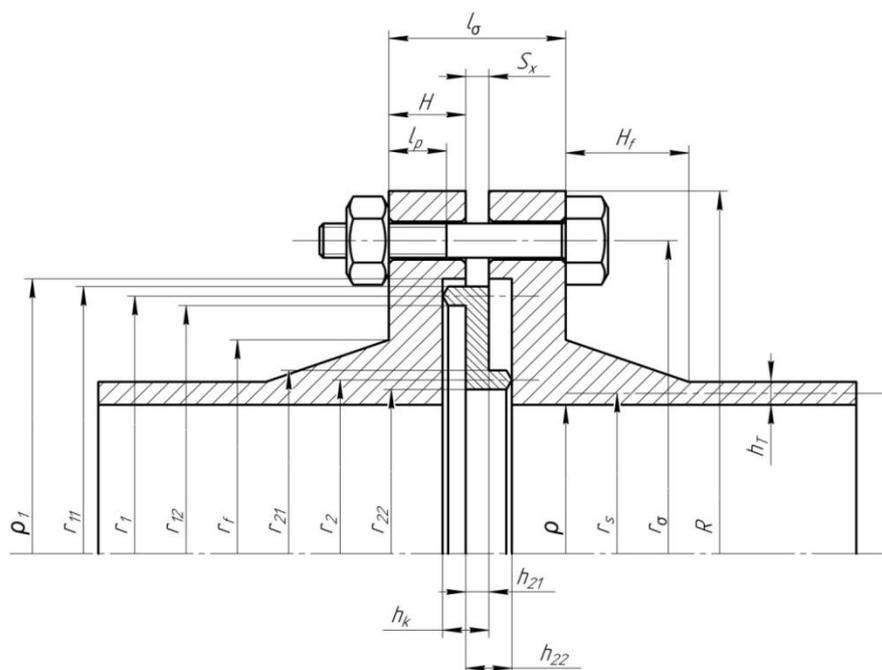


Рис. 1. Фланцевое соединение с Z-образным уплотнением.

Основные допущения расчётной модели

Основными допущениями являются: постоянство формы кромок уплотнения при их внедрении в сопрягаемые поверхности фланцев и независимость местных контактных деформаций деталей от их общих деформаций.

Будем также полагать, что в результате затяжки узла и сближения фланцев происходит деформация уплотнения в виде простого поворота его поперечного сечения без какого-либо изменения его первоначальной формы. Т.к. объём пластически деформированного металла при врезании кромок профилированного кольца мал, то его влиянием на изгибную жёсткость фланцев можно пренебречь.

В силу сцепления кромки уплотнения не только внедряются в деформированный пластически материал фланцев, но и поворачиваются в нём. Однако, при малой величине такого перемещения можно принять, что направление врезания совпадает с вектором нагрузки.

Исходя из принятой идеализации математической модели соединения, для расчёта параметров контактного взаимодействия деталей можно использовать решение задачи Хилла [2, 14, 17, 18, 19, 20] о внедрении абсолютно жёсткого клина в пластически деформируемую среду.

Методология исследования

Для фланцев из одного материала давление на контакте равно [2]:

$$q = 1,155(1 + \Psi)\sigma_{\text{тф}} \quad (1)$$

где $\sigma_{\text{тф}}$ – предел текучести материала фланцев, а значение Ψ находят из решения следующего тригонометрического уравнения:

$$2\gamma = \Psi + \arccos\left(\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\Psi}{2}\right)\right) \quad (2)$$

где 2γ – угол заострения кромки уплотнения. Обычно лежит в пределах $2\gamma = 60^\circ - 120^\circ$.

С целью обеспечения высокой герметичности соединения часть объёма металла кольца при малых углах поворота обычно деформирует упруго, а его периферийная часть испытывает пластическую деформацию. В такой постановке решение задачи нетрудно получить методом переменных параметров «упругости» [3, 4, 5, 6, 21] при использовании итерационной вычислительной схемы.

В первом приближении геометрические характеристики поперечного сечения уплотнения вычисляют по его упругой деформации относительно вспомогательной оси, проходящей через среднюю линию спинки. Для упрощения вычислений с

достаточной точностью можно считать, что профиль кольца состоит из трёх прямоугольников (см. рис. 1).

Отсюда имеем [7]:

$$I_1 = h_{22} \left(\ln \frac{r_{11}}{r_{12}} + \ln \frac{r_{21}}{r_{22}} \right) + h_{21} \ln \frac{r_{12}}{r_{21}} \quad (3)$$

$$I_2(\dot{r}) = \frac{1}{2} h_{22} (h_{22} - h_{21}) \left(\ln \frac{r_{21}}{r_{22}} - \ln \frac{r_{11}}{r_{12}} \right) \quad (4)$$

$$I_3(\dot{r}) = \left[\frac{h_{22}^3}{12} + \frac{h_{22}}{4} (h_{22} - h_{21})^2 \right] \left(\ln \frac{r_{11}}{r_{12}} + \ln \frac{r_{21}}{r_{22}} \right) + \frac{h_{21}^3}{12} \ln \frac{r_{12}}{r_{21}} \quad (5)$$

где $h_{22} - h_{21}$ – длина полки уплотнения; h_{21} – толщина спинки кольца; r_{11}, r_{22} – радиус наружной поверхности и внутренней поверхности кольца соответственно.

Интеграл I_3 относительно главной оси Or определяют из соотношения [7]:

$$I_3 = I_3(\dot{r}) - a^2 I_1 \quad (6)$$

где расстояние между главной и вспомогательными осями равно [7]:

$$a = \frac{I_2(\dot{r})}{I_1} \quad (7)$$

Отметим, что при таком выборе вспомогательной оси величина $a \rightarrow 0$.

Как при упругой, так и при упруго-пластической деформации, жёсткость определяется соответствующей геометрической характеристикой сечения и упругими свойствами материала [15, 22, 23, 24]. При упругой деформации они постоянны на всём сечении. При упруго-пластической они разные для разных точек сечения и зависят от степени деформации. Таким образом, каждая из величин I_1, I_2, I_3 при упруго-пластической деформации будет являться интегральной

характеристикой, которая объединяет в себе и геометрические характеристики сечения, и упругие характеристики материала в каждой точке. Поэтому, в данном случае геометрическими эти характеристики будут называться условно. Исходя из этого, геометрические характеристики профиля относительно вспомогательной оси определяются следующими выражениями при пластической деформации кольца:

$$I_1 = \int_{r_{22}}^{r_{11}} \int_{x_{11}}^{x_{22}} E^*(\varepsilon) \frac{1}{r} dr dx \quad (8)$$

$$I_2(\dot{r}) = \int_{r_{22}}^{r_{11}} \int_{x_{11}}^{x_{22}} E^*(\varepsilon) \frac{x}{r} dr dx \quad (9)$$

$$I_3(\dot{r}) = \int_{r_{22}}^{r_{11}} \int_{x_{11}}^{x_{22}} E^*(\varepsilon) \frac{x^2}{r} dr dx \quad (10)$$

где текущее значение модуля «упругости» $E^*(\varepsilon)$ зависит от величины деформации в точке (r, x) , причём $x_{11} = -h_{22} + \frac{1}{2}h_{21}$; $x_{22} = h_{22} - \frac{1}{2}h_{21}$.

Интегралы (8), (9), (10) удобно представить в виде сумм [8, 9, 10, 11,12, 13] при разбиении поперечного сечения кольца на несколько прямоугольников. Участки пластической деформации в свою очередь разбиваются на некоторое количество более мелких прямоугольников. Расчёт осуществляется по схеме последовательных приближений при вычислении на каждой итерации переменных параметров «упругости». В упругой области $E^*(\varepsilon) = E$.

$$I_1 = \sum_{v=1}^m E_v^*(\varepsilon_v)(x_{vb} - x_{va}) \ln \frac{r_{v1}}{r_{v2}} \quad (11)$$

$$I_2(\dot{r}) = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^m E_v^*(\varepsilon_v)(x_{vb}^2 - x_{va}^2) \ln \frac{r_{v1}}{r_{v2}} \quad (12)$$

$$I_3(\dot{r}) = \frac{1}{3} \sum_{v=1}^m E_v^*(\varepsilon_v)(x_{vb}^3 - x_{va}^3) \ln \frac{r_{v1}}{r_{v2}} \quad (13)$$

где r_{v1} , r_{v2} – наружный и внутренний радиусы участка v при разбиении профиля кольца; x_{vb} , x_{va} – осевые границы этого же участка соответственно; m – число участков разбиения поперечного сечения кольца ($v = 1, 2, \dots, m$).

Таким образом, при замене сплошной области пластической деформации металла дискретно-континуальной расчётной моделью в центре каждого элементарного участка находят величину деформации в точке (r_{0v}, x_{0v}) , где $r_{0v} = \frac{1}{2}(r_{v1} + r_{v2})$, $x_{0v} = \frac{1}{2}(x_{vb} + x_{va})$. На первой итерации:

$$\varepsilon_{v(1)} = \varphi_{(1)} \frac{x_{0v}}{r_{0v}} \quad (14)$$

а угол поворота профиля кольца определяют из равенства:

$$\varphi_{(1)} = -\frac{M}{EI_3} \quad (15)$$

где M – изгибающий момент в сечении уплотнения. Определяется из уравнения равновесия половинки кольца.

$$2M - 2 \int_0^{\pi/2} \frac{P}{2\pi r_1} \times r_1 d\alpha_1 \times r_1 \sin \alpha_1 + 2 \int_0^{\pi/2} \frac{P}{2\pi r_2} \times r_2 d\alpha_2 \times r_2 \sin \alpha_2 = 0 \quad (16)$$

$$M - \frac{Pr_1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \alpha_1 d\alpha_1 + \frac{Pr_2}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \alpha_2 d\alpha_2 = 0 \quad (17)$$

$$M - \frac{Pr_1}{2\pi} (0 - (-1)) + \frac{Pr_2}{2\pi} (0 - (-1)) = 0 \quad (18)$$

Принимая силу сжатия уплотнения $P = nP_6$, где n – количество болтов в соединении, P_6 – сила затяжки одного болта, получаем:

$$M = \frac{nP_6}{2\pi} (r_1 - r_2) \quad (19)$$

Подставляя значение изгибающего момента из выражения (19) в выражение (15), получаем:

$$\varphi_{(1)} = -\frac{r_1 - r_2}{2\pi EI_3} nP_6 \quad (20)$$

Текущее значение секущего модуля «упругости» находят по кривой деформирования материала уплотнения, которую удобно представить в виде схематизированной зависимости с линейным упрочнением в зоне пластической деформации:

$$\dot{\sigma} = \chi^* \sigma_T + E_T \dot{\varepsilon} \quad (21)$$

где E_T , χ^* – модуль и параметр упрочнения соответственно, равные

$$\chi^* = 1 - \frac{E_T}{E} = 1 - \frac{\sigma_B - \sigma_T}{E \varepsilon_B - \sigma_T} \quad (22)$$

$$\varepsilon_T = \frac{\sigma_T}{E} \quad (23)$$

$$E_T = \frac{\sigma_B - \sigma_T}{\varepsilon_B - \varepsilon_T} \quad (24)$$

где σ_B – предел прочности материала уплотнения, ε_B , ε_T – величина деформации, соответствующая пределам прочности и текучести.

Запишем основные соотношения метода переменных параметров упругости.

$$\dot{E}_{\nu(1)}(\dot{\varepsilon}_{\nu(1)}) = E_T + \frac{\chi^* \sigma_T}{\dot{\varepsilon}_{\nu(1)}} \quad (25)$$

где: $\dot{E}_{\nu(1)}$ – секущий модуль упругости; $\dot{\varepsilon}_{\nu(1)}$ – интенсивность деформации на первом приближении для участка с номером ν , которая определяется по формуле:

$$\dot{\varepsilon}_{\nu(1)} = \frac{2}{3}(1 + \mu)|\varepsilon_{\nu(1)}| \quad (26)$$

Переменный модуль «упругости» и коэффициент Пуассона определяются соотношениями:

$$E_{\nu(1)}^* = \frac{\dot{E}_{\nu(1)}}{1 + \frac{1 - 2\mu}{3} \frac{\dot{E}_{\nu(1)}}{E}} \quad (27)$$

$$\mu_{\nu(1)}^* = \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{2(1 - 2\mu)}{3} \frac{\dot{E}_{\nu(1)}}{E}}{1 + \frac{1 - 2\mu}{3} \frac{\dot{E}_{\nu(1)}}{E}} \quad (28)$$

Набор значений $E_{2\nu(1)}^*(\varepsilon_{\nu(1)})$ позволяет вычислить интегралы (11), (12), (13) и определить во втором приближении по формулам (7) и (6) положение главной оси

сечения кольца и его жёсткость на изгиб $I_{32(2)}(\varepsilon)$. Затем находим угол поворота поперечного сечения:

$$\varphi_{(2)} = -\frac{M}{I_{3(2)}(\varepsilon)} = -\frac{r_1 - r_2}{2\pi I_{3(2)}(\varepsilon)} nP_6 \quad (29)$$

а также величину упруго-пластической деформации каждого дискретного участка уплотнения:

$$\varepsilon_{v(2)} = \varphi_{(2)} \frac{x_{0v}}{r_{0v}} \quad (30)$$

$$\dot{\varepsilon}_{v(2)} = \frac{2}{3} (1 + \mu_{v(1)}^*) |\varepsilon_{v(2)}| \quad (31)$$

и значения $\dot{E}_{v(2)}(\dot{\varepsilon}_{v(2)})$, $E_{v(2)}^*$, $\mu_{v(2)}^*$.

Далее вычисления продолжают по аналогичной схеме на каждой итерации и заканчиваются при достижении заданной точности расчёта значений $I_3(\varepsilon)$. Также их можно заканчивать при достижении заданной точности расчёта в координатах $(\dot{\varepsilon}, \dot{\sigma})$.

Полученные результаты

Были выведены основные зависимости, позволяющие рассчитать на прочность Z-образное металлическое уплотнение, деформируемое упруго-пластически, в основе которых лежит представление интегралов $I_1(\varepsilon)$, $I_2(\varepsilon)$, $I_3(\varepsilon)$ как величин, объединяющих в себе как геометрические, так и упругие характеристики уплотнения. Исследование показало возможность применения метода переменных параметров упругости по отношению к теории осесимметричной деформации колец,

что расширяет возможности её использования в прочностных расчётах. При условии, что расчётная модель будет являться дискретной, полученные соотношения могут стать основой прикладного инженерного метода.

В качестве практического примера приведём результаты расчёта на прочность Z-образного уплотнения со следующими размерами: $r_{11} = 44$ мм., $r_1 = 43$ мм., $r_{12} = 42$ мм., $r_{21} = 30$ мм., $r_2 = 29$ мм., $r_{22} = 28$ мм., $h_{21} = 4$ мм., $h_{22} = 7$ мм. Угол заострения кромки $2\gamma = 90^\circ$. Фланцы выполнены из нержавеющей стали 12Х18Н10Т $\sigma_{Тф} = 380$ МПа. Материал уплотнения – сталь ЭП-678 с характеристиками $E = 1,96 \times 10^5$ МПа, $\mu = 0,3$, $\sigma_T = 1000$ МПа, $\sigma_B = 1800$ МПа, деформация на пределе текучести $\varepsilon_T = 0,0051$, $\varepsilon_B = 0,165$; параметры деформационной кривой $\chi^* = 0,9745$, $E_T = 5003$ МПа. Соединение затянуто $n = 8$ болтами с усилием $P_6 = 6$ кН.

В результате расчёта по приведённой выше методике было получено, что опасной является точка в зоне контакта с максимальными окружными напряжениями растяжения $\sigma_\theta = 1070,96$ МПа. (крайняя точка верхней полки). Поскольку точка находится в зоне контакта, помимо окружных, необходимо учесть воздействие радиальных и осевых напряжений, которые вычисляются по формулам:

$$\sigma_r = -q \times \cos \gamma \quad (32)$$

$$\sigma_z = -q \times \sin \gamma \quad (33)$$

После чего вычисляется интенсивность напряжений по известной формуле [3]:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2} \quad (34)$$

В результате для данного практического примера была получена интенсивность напряжений в опасной точке $\sigma_i = 1559,08$ МПа $< \sigma_B$. Как показывает практика, данный запас прочности может быть недостаточен для надёжного функционирования соединения. Поэтому, для уменьшения напряжений потребуется либо уменьшить силу затяжки резьбового соединения, либо изменить угол кромки, либо применить оба способа одновременно.

Обсуждение полученных результатов

Необходимо сказать о том, что есть возможность повысить точность расчёта за счёт большей дискретности модели. Данный шаг позволит даже отказаться от допущения, согласно которому в сечении кольца прямоугольник с клиновидным выступом заменяется обычным прямоугольником, что также повысит точность расчёта. Поэтому, при достаточно мелком разбиении сечения, полученная методика расчёта может быть применена к любому профилированному кольцу, нагруженному осесимметричным изгибающим моментом, без какого либо упрощения формы сечения.

Данная методика справедлива не только для задач, по условиям которых соединение функционирует при нормальной температуре. Её можно применить также и к соединениям, которые функционируют при повышенных температурах.

Выводы

Теория осесимметричной деформации колец может быть использована не только при упругих деформациях, но и при упруго-пластическом деформировании профилированного кольца. Это достигается путём применения к данной теории

основных принципов и соотношений метода переменных параметров упругости. В результате становится возможным расчёт на прочность и жёсткость металлического Z-образного уплотнения, что позволяет осуществлять оптимальный подбор его размеров и, как следствие, массы при обеспечении требуемой степени надёжности соединения [16].

Библиографический список

1. Бабкин В.Т., Зайченко А.А., Александров В.В. Герметичность неподвижных соединений и гидравлических систем. – М.: Машиностроение, 1977. - 173 с.
2. Хилл Р. Математическая теория пластичности. – М.: Гостехиздат, 1956. – 407 с.
3. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
4. Логинов В.Н. Метод переменных параметров упругости // Материалы VI Региональной научно-практической конференции «Певзнеровские чтения»: сборник статей (Комсомольск-на-Амуре, 02 – 03 ноября 2018). С. 83 – 87.
5. Биргер И.А. Стержни, пластинки, оболочки. – М.: Физматлит, 1992. – 392 с.
6. Писаренко Г.С., Можаровский Н.С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. – Киев: Наукова думка, 1981. – 496 с.
7. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин. – М.: Машиностроение, 1973. – 456 с.
8. Хавинсон С.Я. Лекции по интегральному исчислению. – М.: Высшая школа, 1976. – 198 с.

9. Иванова Ж.В., Сурин Т.Л., Шерегов С.В. Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных. – Витебск: Изд-во ВГУ им. П.М. Машерова, 2010. – 90 с.
10. Гражданцева Е.Ю. Интегральное исчисление функции одной переменной. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2012. – 114 с.
11. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – 464 с.
12. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. – М.: АЙРИС пресс, 2019. – 603 с.
13. Шакирзянова О.Г., Журавлева Е.Г. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2015. – 137 с.
14. Давыдов Д.В., Мяснянкин Ю.М. О внедрении тел в жёсткопластическую среду // Вестник Воронежского государственного университета: Физика. Математика. 2009. № 1. С. 94 – 100.
15. Martin H. Sadd. Elasticity. Theory, applications and numerics, Burlington, USA, 2009, Elsevier Inc, 536 p.
16. Биргер И.А., Иосилевич Г.Б. Резьбовые и фланцевые соединения. – М.: Машиностроение, 1990. – 368 с.
17. Ивлев Д.Д. Вдавливание тонкого лезвия в пластическую среду // Известия АН СССР. 1957. № 10. С. 89 - 93.

18. Ивлев Д.Д., Максимова Л.А. О вдавливании индентора в идеальную жесткопластическую полосу // Известия РАН. Механика твердого тела. 2000. № 3. С. 131 - 136.
19. Соколовский В.В. Теория пластичности. М.: Высшая школа, 1969. - 608 с.
20. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. - М.: Наука, 1969. - 420 с.
21. Биргер И.А. Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1986. – 560 с.
22. Русланцев А.Н., Думанский А.М., Алимов М.А. Модель напряженно-деформированного состояния криволинейной слоистой композитной балки // Труды МАИ. 2017. № 96. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=85659>
23. Гнездилов В.А., Гришанина Т.В., Нагорнов А.Ю. Деформация плоской статически неопределимой стержневой системы при потере устойчивости стержней // Труды МАИ. 2017. № 95. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=84435>
24. Аносов Ю.В., Данилин А.Н., Курдюмов Н.Н. О жесткостях проволочных конструкций спирального типа // Труды МАИ. 2015. № 80. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=56958>