

Научная статья

УДК 539.3:534.

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178460>

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЕБАНИЙ КОМПОЗИТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТОНКОСТЕННОЙ ОБОЛОЧКИ С РЕБРОМ ЖЕСТКОСТИ

Артем Юрьевич Добрышкин<sup>1✉</sup>, Олег Евгеньевич Сысоев<sup>2</sup>, Евгений Олегович Сысоев<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Комсомольский-на-Амуре государственный университет,

Комсомольск-на-Амуре, Россия

<sup>1</sup>[wwwartem21@mail.ru](mailto:wwwartem21@mail.ru)✉

*Аннотация.* В статье выполнена экспериментальная проверка характеристик колебательного процесса, полученных на основе математической модели колебаний тонкостенной цилиндрической оболочки усовершенствованным методом рядом Фурье. Проведен анализ полученных данных. Описано простое и в тоже время точное решение, основанной на решении методом рядов Фурье (МРФ) применяемое при анализе колебаний цилиндрических оболочек. В качестве закрепления принято шарнирное опирание. В каждом элементе конструкции функций смещения выражена в виде суперпозиции из двойного ряда Фурье и нескольких дополнительных функций. Неизвестные параметры деформаций находятся как обобщенные координаты и определены с помощью метода Релея-Ритца. Использование метода Фурье для комплексной задачи объединенной пластины и оболочки, соединенных

симметричной и ассиметричной границей может быть получено без преобразований уравнений движения или выражения перемещений.

Жесткость закрепления может оказывать существенное влияние на модальные характеристики сопряженной конструкции. В процессе работы высоты резонансов находятся на пике в местах опирания. Изменение жесткости изменяет только вибрационные характеристики пластины и не влияет на оболочку.

Полученное решение проверено сравнением теоретических результатов и экспериментальных данных. При проведении экспериментальных исследований использован бесконтактный измеритель частотных характеристик системы HSV-2000 состоит из контроллера HSV2001/2002, лазерного блока HSV-800 и прочной компактной сенсорной головки HSV-700. Лазерный блок содержит интерферометр и маломощный лазер, а так же осциллограф Rohde&Schwarz RTB2002.

Компоненты перемещения цилиндрической оболочки и круглой пластины обычно разлагаются независимо от граничных условий как суперпозиция двумерного ряда Фурье и нескольких дополнительных функций. Неизвестные коэффициенты разложения трактуются как обобщенные координаты и определяются с помощью известной процедуры Рэлея-Ритца. Граничные условия и условия связи учитываются путем применения используется реакционные составляющие шарнирного закрепления. Приемлемая точность текущих решений демонстрируется сравнением с результатами, полученными в ходе экспериментальных исследований. С помощью системы Polytec получены удовлетворительные результаты, показывающие применимость полученного метода.

**Ключевые слова:** аналитическая модель, метод рядов Фурье, цилиндрическая оболочка, поперечное ребро, экспериментальные исследования

**Для цитирования:** Добрышкин А.Ю., Сысоев О.Е., Сысоев Е.О. Экспериментальная проверка характеристик колебаний композитной цилиндрической тонкостенной оболочки с ребром жесткости // Труды МАИ. 2024. № 134. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178460>

Original article

## EXPERIMENTAL VERIFICATION OF THE CHARACTERISTICS OF VIBRATIONS OF A COMPOSITE CYLINDRICAL THIN-WALLED SHELL WITH A RIB

Artem Yu. Dobryshkin<sup>1</sup>✉, Oleg E. Sysoev<sup>2</sup>, Evgeny O. Sysoev<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Komsomolsk-on-Amur State University,

Komsomolsk-on-Amur, Russia

<sup>1</sup>[wwwartem21@mail.ru](mailto:wwwartem21@mail.ru)✉

**Abstract.** The article performed an experimental verification of the oscillatory process characteristics obtained based on the mathematical model of oscillations of a thin-walled cylindrical shell by the improved Fourier series method. An analysis of the obtained data was conducted. A simple and at the same time accurate solution, based on the solution by the Fourier series method (FSM) applied in the analysis of the cylindrical shells vibrations is described. Hinged support is employed as fastening. The displacement function is

expressed in each structural element in the form of superposition from the double Fourier series and several additional functions. The unknown deformation parameters are being found as generalized coordinates and determined by the Rayleigh-Ritz method. The use of The Fourier method application for the complex problem of a combined plate and shell connected by a symmetric and asymmetric boundary can be obtained without equations of motion or displacement expressions transforming.

The rigidity of fastening may significantly affect the modal characteristics of the conjugated structure. In the course of operation, the resonant heights are at their peak at the places of supporting. The stiffness changing changes only the plate vibration characteristics and does not affect the shell.

The obtained solution was verified by comparing theoretical results and experimental data. When conducting experimental studies, a non-contact frequency response meter of the HSV-2000 system was employed. It consists of an HSV2001/2002 controller, an HSV-800 laser unit and a rugged compact HSV-700 sensor head. The laser unit contains an interferometer and a low-power laser, as well as a Rohde & Schwarz RTB2002 oscilloscope.

The displacement components of a cylindrical shell and a circular plate are expanded as a rule independently from the boundary conditions as a superposition of a two-dimensional Fourier series and several additional functions. The unknown expansion coefficients are treated as generalized coordinates and determined by the well-known Rayleigh-Ritz procedure. The boundary conditions and conjunction conditions are being accounted for by employing reaction components of the hinge fastening. The acceptable accuracy of the current solutions is being demonstrated by comparison with the results

obtained from the experimental studies. Satisfactory results, demonstrating the applicability of the resulting method, were obtained using the Polytec system.

**Keywords:** analytical model, Fourier series method, cylindrical shell, transverse rib, experimental studies

**For citation:** Dobryshkin A.Yu., Sysoev O.E., Sysoev E.O. Experimental verification of the characteristics of vibrations of a composite cylindrical thin-walled shell with a rib. *Trudy MAI*, 2024, no. 134. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=178460>

## 1. Введение

Цилиндрические оболочки, имеющие перегородки - круговые пластины, соединенные структурно между собой, широко в создании морских судов, космических кораблей и строительных конструкций. Поэтому расчет характеристик колебаний системы оболочка-пластина соединенной структуры (рис.1) имеет большое значение.

В настоящее время опубликовано много исследований по динамическим моделям цилиндрических оболочек, и методам моделирования, использованным для расчета цилиндрических оболочек комбинированной структуры [1-3].

Использованы методы пространственных состояний и анализ свободных колебаний оболочек, составленных из цилиндра и пластины. Представлена единая динамическая модель колебаний оболочек, соединенных структурно с пластиной при условии устранения потенциальных разрывов и ускорение соединения смещения функций цилиндрических оболочек и круговых пластин улучшены рядами Фурье. Иные методы расчета, отличающиеся от рассматриваемой в данной работе модели,

имеют более простую и менее точную описательную составляющую, что сказывается на результатах расчета. Модель, улучшенная рядами Фурье, представляется более соответствующей реальному динамическому поведению системы оболочка-пластина, соединенных структурно.

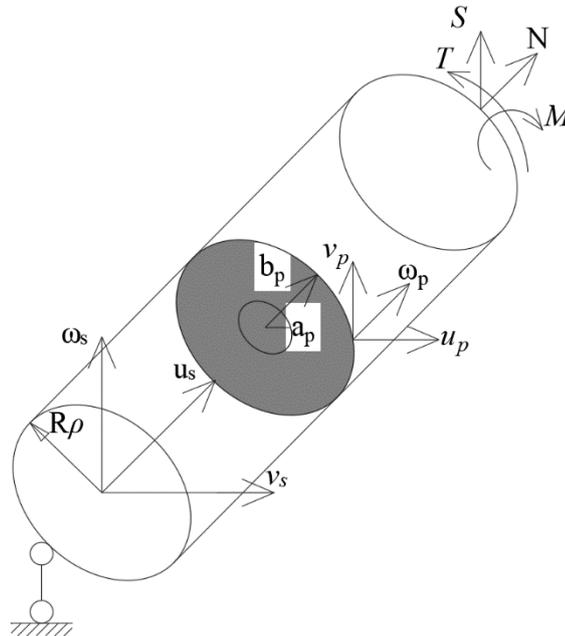


Рисунок 1: система оболочка-пластина соединенные структурно

## 2. Описание модели

Система оболочка-пластина схематично показана на рисунке 1. Оболочка описана в цилиндрической системе координат как  $x_s$ ,  $r_s$ , и  $\theta_s$ . Перемещения цилиндрической оболочки отображены с помощью системы координат, обозначенных  $u_s$ ,  $v_s$ ,  $\omega_s$ .  $E_s$ ,  $\mu_s$ ,  $\rho_s$  - соответственно обозначены модуль упругости, коэффициент Пуассона и плотность. Для пластин, находящихся в составе цилиндрической оболочки используется система соединенных структурных компонентов, может быть использована модель круговой пластины и цилиндра [4-6]. Для круглой пластины уравнения энергии деформации становятся сингулярными на

полюсе системы координат. Однако было замечено, что наличие сингулярности оказывает незначительное влияние на физический отклик пластины. Следовательно, метод, принятый здесь, позволяет предположить, что внутренний радиус кольцевой пластины приближается к 0, что позволяет избежать сингулярности, зависящей от координаты. Для моделирования произвольной упругой границы и условий связи здесь используются реакционные составляющие шарнирного закрепления. Согласно граничным условиям, четыре связи, распределенные вдоль границы, используются для согласования по отдельности изгибающих моментов  $M$ , поперечного сдвига  $S$ , касательной силы сдвига  $T$  и осевой силы  $N$ . Функции допустимых перемещений цилиндрической оболочки и круглой пластины возможно выразить усовершенствованным рядом Фурье, составленным из стандартного косинусного ряда Фурье и дополнительных функций. [7-10]

$$u_s(x, \theta, t) = \left\{ \sum_{n=0}^N \left( \sum_{m=0}^M A_{mn}^s \cos(\lambda_m^s x) + \sum_{l=1}^2 a_l^s \xi_l(x) \right) \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^N \left( \sum_{m=0}^M \tilde{A}_{mn}^s \cos(\lambda_m^s x) + \sum_{l=1}^2 \tilde{a}_l^s \xi_l(x) \right) \sin(n\theta) \right\} * e^{j\omega t},$$

$$v_s(x, \theta, t) = \left\{ \sum_{n=0}^N \left( \sum_{m=0}^M B_{mn}^s \cos(\lambda_m^s x) + \sum_{l=1}^2 b_l^s \xi_l(x) \sin(n\theta) \right) + \sum_{n=0}^N \left( \sum_{m=0}^M \tilde{B}_{mn}^s \cos(\lambda_m^s x) + \sum_{l=1}^2 \tilde{b}_l^s \xi_l(x) \right) \cos(n\theta) \right\} * e^{j\omega t},$$

$$\omega_s(x, \theta, t) = \left\{ \sum_{n=0}^N \left( \sum_{m=0}^M C_{mn}^s \cos(\lambda_m^s x) + \sum_{l=1}^4 c_l^s \xi_l(x) \right) \cos(n\theta) \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^N \left( \sum_{m=0}^M \tilde{C}_{mn}^s \cos(\lambda_m^s x) + \sum_{l=1}^4 \tilde{c}_l^s \xi_l(x) \right) \sin(n\theta) \right\} * e^{j\omega t},$$

Нагрузка и динамический отклик можно описать следующими уравнениями:

$$u_p(s, \theta, t) = \left\{ \sum_{n=0}^N \left( \sum_{m=0}^M A_{mn}^p \cos(\lambda_m^p s) + \sum_{l=1}^2 a_l^p \xi_l(s) \right) \cos(n\theta) \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^N \left( \sum_{m=0}^M \tilde{A}_{mn}^p \cos(\lambda_m^p s) + \sum_{l=1}^2 \tilde{a}_l^p \xi_l(s) \right) \sin(n\theta) \right\} * e^{j\omega t},$$

$$v_p(s, \theta, t) = \left\{ \sum_{n=1}^N \left( \sum_{m=0}^M B_{mn}^p \cos(\lambda_m^p s) + \sum_{l=1}^2 b_l^p \xi_l(s) \sin(n\theta) \right) \right. \\ \left. + \sum_{n=0}^N \left( \sum_{m=0}^M \tilde{B}_{mn}^p \cos(\lambda_m^p s) + \sum_{l=1}^2 \tilde{b}_l^p \xi_l(s) \right) \cos(n\theta) \right\} * e^{j\omega t},$$

$$\omega_s(s, \theta, t) = \left\{ \sum_{n=0}^N \left( \sum_{m=0}^M C_{mn}^p \cos(\lambda_m^p s) + \sum_{l=1}^4 c_l^p \xi_l(s) \right) \cos(n\theta) \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^N \left( \sum_{m=0}^M \tilde{C}_{mn}^p \cos(\lambda_m^p s) + \sum_{l=1}^4 \tilde{c}_l^p \xi_l(s) \right) \sin(n\theta) \right\} * e^{j\omega t},$$

где  $\omega$  обозначает угловую частоту, а  $t$  - временная переменная.  $\lambda_s^m = (m\pi)/L$ , ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ),  $m$  и  $n$  порядковый номер уширений в осевом и окружном направлениях.

$q = [A_{mn}^i, a_l^i, \tilde{A}_{mn}^i, \tilde{a}_l^i, B_{mn}^i, b_l^i, \tilde{B}_{mn}^i, \tilde{b}_l^i, C_{mn}^i, c_l^i, \tilde{C}_{mn}^i, \tilde{c}_l^i] (i = S, P)$  - коэффициенты

разложения ряда.

Уравнения, из которых энергии будут получены, найдены с использованием метода Рэля-Ритца для получения решений в неточной форме. Таким образом, функция энергии Лагранжа может быть записана как.

$$L = \sum_{i=1}^{N_s} (V_s + T_s) + \sum_{i=1}^{N_p} (V_p + T_p) + V_c + V_b + V_f, \quad (1)$$

где  $N_s$  и  $N_p$  — количество цилиндрических оболочек и круглых пластин в соединительной конструкции. Текущая процедура решения может быть использована для вывода характеристического уравнения системы оболочка-пластина связанной структуры с большим количеством подструктур. Подставляя полную энергию в (1), задача на собственные значения формулируется путем минимизации функции Лагранжа по произвольным коэффициентам. Это соответствует следующему уравнению [11-14].

$$\frac{\partial L}{\partial q} = 0 \quad (2)$$

где  $q$  обозначает вектор коэффициентов разложения ряда.

Уравнение (2) дает систему линейных и однородных алгебраических уравнений с неизвестными коэффициентами. Тогда окончательное уравнение системы может быть получено и суммировано в матричной форме как:

$$(K - \omega^2 M)q = F \quad (3)$$

где  $K$  и  $M$  — матрицы жесткости и массы соединительной конструкции соответственно.  $F$  представляет вектор внешней силы. Они написаны как:

$$K = \begin{bmatrix} K_s & K_{sp} \\ K_{sp}^T & K_p \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} M_s & \\ & M_p \end{bmatrix}$$

### 3. Экспериментальная установка

Для проверки полученной математической модели была создана экспериментальная установка [15-18] (рис.2). Используемый программный комплекс Polytec Vibrometer Software (VibSoft) был специально разработан для получения данных измерений вибрации в сочетании с лазерными доплеровскими виброметрами. В дополнение к функциям сбора и анализа данных, настройками виброметра можно управлять дистанционно с помощью интерфейса. Продуманные функции, такие как интегрированное усиление сигнала, повышают качество данных, в то время как дополнительный встроенный функциональный генератор, отвечающий за произвольные сигналы возбуждения, и видеоизображение в реальном времени, включая лазерное пятно, упрощают все этапы от настройки до измерения и документирования. Технические характеристики лазерного виброметра (Polytec HSV-2001/2001 High Speed Laser Vibrometer) показаны в таблице (1).

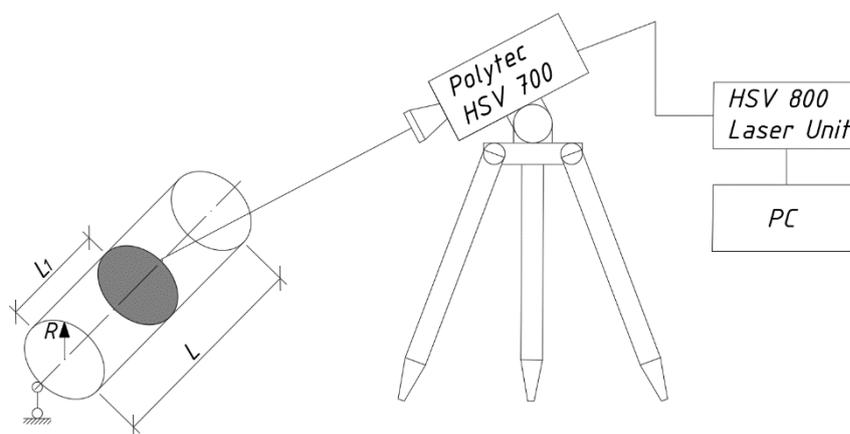


Рисунок 2: Схема экспериментальной установки

Таблица 1 – Технические характеристики лазерного виброметра (Polytec HSV-2001/2001 High Speed Laser Vibrometer)

	Скорость	перемещение
Частотный диапазон	0... 50 кГц	0... 250 кГц (малый сигнал)
Размах выходного напряжения	$\pm 6$ В	$\pm 8$ В
Масштабный коэффициент	5 м/с/В	0.32; 0.64; 1.28; 2.56; 5.12; 10.24 [мм/В]
Полный масштаб	$\pm 30$ м/с	5.12; 10.24; 20.48; 40.96; 81.92; 163.84* [мм п-п]
Разрешение	$< 15$ $\mu\text{м/с}^{**}$	0.32; 0.64; 1.28; 2.56; 5.12; 10.24 [ $\mu\text{м}$ ]

Максимальное ускорение	1,000,000 г	45,000,000 г
------------------------	-------------	--------------

Материал оболочки представлен пластиком PLA плотностью 1,23-1,25 г/см<sup>3</sup>

Жесткость закрепления может оказывать существенное влияние на модальные характеристики сопряженной конструкции. [19-21]. Реакции связанной конструкции на различные значения жесткости показаны на рис. 3. Из рисунков видно, что высоты резонансов находятся на пике в местах опирания. Изменение жесткости изменяет только вибрационные характеристики пластины и не влияет на оболочку.

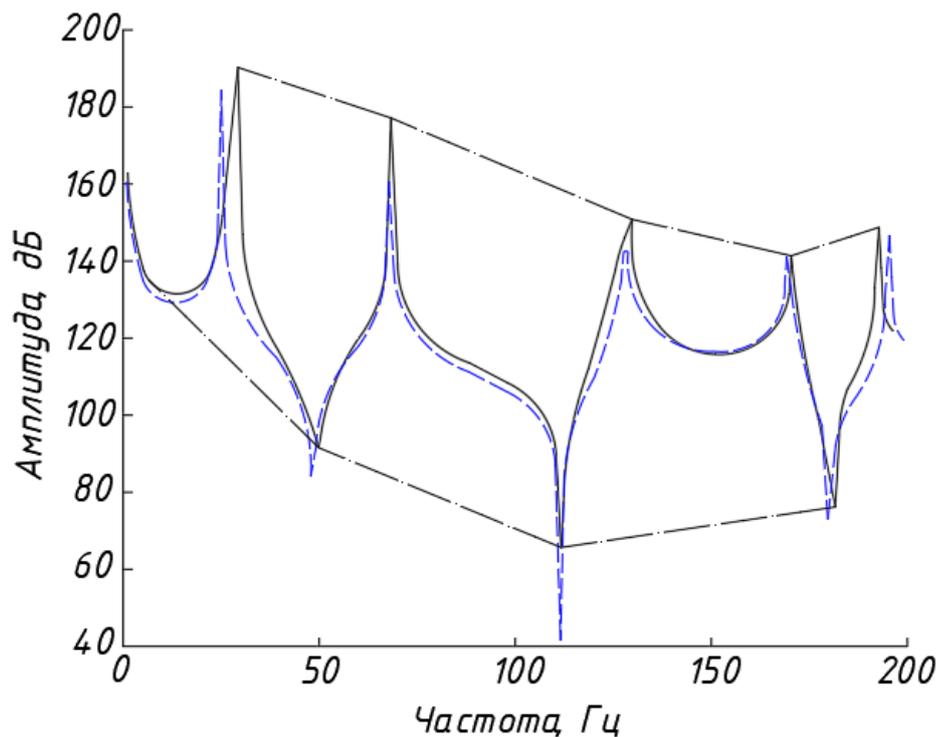


Рисунок 3: Реакция цилиндрической оболочки на действие нормальной точечной силы.

На графике (рис.3) приведено сравнение результатов теоретических и экспериментальных исследований (штриховая линия – данные полученные на основе математической модели, сплошная линия - экспериментальные данные). Штрихпунктирной линией показана тенденция снижения амплитуд колебаний при увеличении частоты в ходе проведения эксперимента. В диапазоне от 170 до 182 Гц амплитуда колебаний минимальна. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов в среднем отличается не более чем на 5%. Наличие мест, в которых различия составляют более 5% можно объяснить несовершенством как математической модели, так и наличием неустранимых физических процессов, влияющих на результаты проведения эксперимента.

#### **4. Выводы**

В данной работе усовершенствованный метод рядов Фурье для расчета колебаний системы оболочка-пластина связанной конструкции с различными граничными условиями проверен с помощью экспериментальных исследований. Компоненты перемещения цилиндрической оболочки и круглой пластины обычно разлагаются независимо от граничных условий как суперпозиция двумерного ряда Фурье и нескольких дополнительных функций. Неизвестные коэффициенты разложения трактуются как обобщенные координаты и определяются с помощью известной процедуры Рэлея-Ритца. Граничные условия и условия связи учитываются путем применения используется реакционные составляющие шарнирного закрепления. Приемлемая точность текущих решений демонстрируется сравнением с

результатами, полученными в ходе экспериментальных исследований. С помощью системы Polytec получены удовлетворительные результаты, показывающие применимость полученного метода.

### **Практическая значимость**

Новая математическая модель может быть использована для расчета конструкций в конструкторских бюро, занимающихся расчетом колебаний цилиндрических оболочек, имеющих пластину, соединенную структурно. Данные бюро могут заниматься разработкой летательных аппаратов, водных и подводных плавательных средств, а также космических аппаратов.

### **Список источников**

1. Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Краснопольская Т.С. Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек. - Киев: Наукова думка, 1984. – 220 с.
2. Добрышкин А.Ю., Лозовский И.В., Сысоев О.Е., Сысоев Е.О. Исследование колебаний цилиндрической оболочки с присоединенной массой с учетом растяжения контура // Труды МАИ. 2023. № 128. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=171385>. DOI: [10.34759/trd-2023-128-04](https://doi.org/10.34759/trd-2023-128-04)
3. Гусева Ж.И. Особенности планирования производства на авиационном предприятии // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 4 (52). С. 99-104.

4. Gholami Iman, Amabili Marco, Paidoussis Michael P. Dynamic divergence of circular cylindrical shells conveying airflow // Mechanical systems and signal processing, 2022.
5. Dobryshkin A.Y., Sysoev E.O., Sysoev O.E. Determination of the influence of reinforcement direction of open thin-walled cylindrical carbon shells on their natural vibrations // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. ISTC EarthScience, 2022, pp. 052055.
6. Sysoev O.E., Dobrychkin A.Yu. Natural vibration of a thin desing with an added mass as the vibrations of a cylindrical shell and curved batten. ISSN 2095-7262 CODEN HKDXH2 // Journal of Heilongjiang university of science and technology, 2018, vol. 28, no. 1, pp.75–78.
7. Y. Qu, Y. Chen, X. Long, H. Hua, and G. Meng. Free and forced vibration analysis of uniform and stepped circular cylindrical shells using a domain decomposition method // Applied Acoustics, 2013, vol. 74, no. 3, pp. 425-439.
8. Foster N., Fernández-Galiano L. Norman Foster: in the 21st Century, AV, Monografías, Artes Gráficas Palermo, 2013, pp. 163–164.
9. Iman Gholami, Marco Amabili, Michael P. Païdoussis. Experimental parametric study on dynamic divergence instability and chaos of circular cylindrical shells conveying airflow // Mechanical Systems and Signal Processing, 2022.
10. Белосточный Г.Н., Мыльцина О.А. Статическое и динамическое поведение пологих оболочек под действием быстропеременных температурно-силовых воздействий // Труды МАИ. 2015. № 82. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=58524>

11. Кузнецова Е.Л., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В., Медведский А.Л. Воздействие нестационарной распределенной нагрузки на поверхность упругого слоя // Труды МАИ. 2013. № 71. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=46621>
12. Феоктистов С.И. Определение растягивающих усилий вдоль образующей пуансона с учётом трения при изгибе с растяжением // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 1 (49). С. 76-82.
13. Канашин И.В., Григорьева А.Л., Хромов А.И., Григорьев Ян.Ю. Малоцикловое нагружение плоского образца с непрерывным полем скоростей перемещений при учёте условия сжимаемости материала // Труды МАИ. 2023. № 130. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=174606>. DOI: [10.34759/trd-2023-130-10](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-10)
14. Нуштаев Д.В., Жаворонок С.И., Клышников К.Ю., Овчаренко Е.А. Численно-экспериментальное исследование деформирования и устойчивости цилиндрической оболочки ячеистой структуры при осевом сжатии // Труды МАИ. 2015. № 82. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=58589>
15. Грушенкова Е.Д., Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. Продольные и изгибные колебания трехслойной пластины со сжимаемым наполнителем, контактирующей со слоем вязкой жидкости // Труды МАИ. 2019. № 106. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=105618>
16. Hautsch N., Okhrin O., Ristig A. Efficient iterative maximum likelihood estimation of highparameterized time series models, Berlin, Humboldt University, 2014, 34 p.
17. Саблин П.А., Щетинин В.С. Повышение точности механообработки с помощью использования бесконтактных опор // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре

государственного технического университета. 2021. № 3 (51). С. 104-106. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-104](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-104)

18. Андрианов И.К. Численная модель многокритериальной оптимизации тепловой защиты оболочечных элементов в условиях теплового и силового нагружения // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 3 (51). С. 14-20. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-14](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-14)

19. Иванкова Е.П. Моделирование и оптимизация выбора свойств материалов и структуры многослойных оболочковых форм по выплавляемым моделям // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 3 (51). С. 85-89. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-85](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-85)

20. Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Одинокоев В.И., Иванкова Е.П., Усанов Г.И., Петров В.В. Разработка новых структур многослойных оболочковых форм по выплавляемым моделям // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2020. № 7 (47). С. 104-107.

21. Дмитриев Э.А., Потянихин Д.А., Одинокоев В.И., Евстигнеев А.И., Квашин А.Е. Моделирование поля температур при получении металлоизделий на литейно-ковочном модуле с односторонним воздействием бокового бойка и неподвижной плитой // Математическое моделирование и численные методы. 2022. № 2 (34). С. 63-77.

## References

1. Kubenko V.D., Koval'chuk P.S., Krasnopol'skaya T.S. *Nelineinoe vzaimodeistvie form izgibnykh kolebaniy tsilindricheskikh obolochek* (Nonlinear interaction of shapes of cylindrical shells bending vibrations), Kiev, Naukova dumka, 1984, 220 p.

2. Dobryshkin A.Yu., Lozovsky I.V., Sysoev O.E., Sysoev E.O. *Trudy MAI*, 2023, no. 128. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=171385>. DOI: [10.34759/trd-2023-128-04](https://doi.org/10.34759/trd-2023-128-04)
3. Guseva Zh.I. *Uchenye zapiski Komsomolskogo-on-Amur gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 4 (52), pp. 99-104.
4. Gholami Iman, Amabili Marco, Paidoussis Michael P. Dynamic divergence of circular cylindrical shells conveying airflow, *Mechanical systems and signal processing*, 2022.
5. Dobryshkin A.Y., Sysoev E.O., Sysoev O.E. Determination of the influence of reinforcement direction of open thin-walled cylindrical carbon shells on their natural vibrations, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. ISTC EarthScience, 2022, pp. 052055.
6. Sysoev O.E., Dobryshkin A.Yu. Natural vibration of a thin desing with an added mass as the vibrations of a cylindrical shell and curved batten, *Journal of Heilongjiang university of science and technology*, 2018, vol. 28, no. 1, pp.75–78.
7. Y. Qu, Y. Chen, X. Long, H. Hua, and G. Meng. Free and forced vibration analysis of uniform and circular cylindrical shells using a domain decomposition method, *Applied Acoustics*, 2013, vol. 74, no. 3, pp. 425-439.
8. Foster N., Fernández-Galiano L. *Norman Foster: in the 21st Century*, AV, Monografías, Artes Gráficas Palermo, 2013, pp. 163–164.
9. Iman Gholami, Marco Amabili, Michael P. Païdoussis. Experimental parametric study on dynamic divergence instability and chaos of circular cylindrical shells conveying airflow, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022.
10. Belostochny G.N., Myltsina O.A. *Trudy MAI*, 2015, no. 82. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=58524>

11. Kuznetsova E.L., Tarlakovskii D.V., Fedotenkov G.V., Medvedskii A.L. *Trudy MAI*, 2013, no. 71. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=46621>
12. Feoktistov S.I. *Uchenye zapiski Komsomolskogo-on-Amur gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 1 (49), pp. 76-82.
13. Kanashin I.V., Grigorieva A.L., Khromov A.I., Grigoriev Y.Y. *Trudy MAI*, 2023, no. 130. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=174606>. DOI: [10.34759/trd-2023-130-10](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-10)
14. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I., Klyshnikov K.Yu., Ovcharenko E.A. *Trudy MAI*, 2015, no. 82. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=58589>
15. Grushenkova E.D., Mogilevich L.I., Popov V.S., Popova A.A. *Trudy MAI*, 2019, no. 106. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=105618>
16. Hautsch N., Okhrin O., Ristig A. *Efficient iterative maximum likelihood estimation of highparameterized time series models*, Berlin, Humboldt University, 2014, 34 p.
17. Sablin P.A., Shchetinin V.S. *Uchenye zapiski Komsomolskogo-on-Amur gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 3 (51), pp. 104-106. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-104](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-104)
18. Andrianov I.K. *Uchenye zapiski Komsomolskogo-on-Amur gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 3 (51), pp. 14-20. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-14](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-14)
19. Ivankova E.P. *Uchenye zapiski Komsomolskogo-on-Amur gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 3 (51), pp. 85-89. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-85](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-85)

20. Evstigneev A.I., Dmitriev E.A., Odinsonov V.I., Ivankova E.P., Usanov G.I., Petrov V.V. *Uchenye zapiski Komsomolskogo-on-Amur gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2020, no. 7 (47), pp. 104-107.

21. Dmitriev E.A., Potyanikhin D.A., Odinsonov V.I., Evstigneev A.I., Kvashin A.E. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody*, 2022, no. 2 (34), pp. 63-77.

Статья поступила в редакцию 27.11.2023

Одобрена после рецензирования 06.12.2023

Принята к публикации 27.02.2024

The article was submitted on 27.11.2023; approved after reviewing on 06.12.2023; accepted for publication on 27.02.2024