

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ТОРМОЖЕНИЯ ОБЪЕКТА ДЕСАНТИРОВАНИЯ ПАРАШЮТНО-РЕАКТИВНОЙ СИСТЕМОЙ

Трямкин А. В., Емельянов Ю. Н.

В данной работе разработаны математические модели процесса торможения десантируемого объекта парашютно-реактивной системой (ПРС). Полученные модели позволяют определить кинематические характеристики объекта в процессе его торможения, провести анализ влияния разбросов параметров ПРС и метеорологических условий на отклонения кинематических характеристик приземляющегося объекта.

1. Введение

В последние годы, благодаря развитию военно-транспортной авиации, значительно возросли диапазоны весов и номенклатура грузов, десантируемых с помощью парашютных систем (ПС). Среди многообразия этих грузов важное место занимает десантирование боевой техники. Парашютный способ десантирования боевой техники стал решающей силой при проведении воздушно-десантных операций.

В настоящее время у нас в стране отработаны ПС для массового десантирования грузов весом до 21000 кг. Диапазон скоростей полета отечественных военно-транспортных самолетов, при которых осуществляется десантирование грузов, составляет 300-400 км/ч. Парашютные системы, находящиеся на оснащении ВДВ, позволяют десантировать грузы в диапазоне высот от 400 до 8000 метров.

По материалам технических переводов и экспресс-информаций за рубежом, как правило, не предусмотрено десантирование с больших высот, и диапазон высот десантирования составляет 200-500 м. Кроме того, диапазон скоростей десантирования равен 220-280 км/ч, что дает возможность снизить вес ПС за счет уменьшения динамических нагрузок в момент раскрытия парашюта и уменьшить размер площадок десантирования.

Развитие современных средств обнаружения особенно остро ставит вопрос о снижении высоты десантирования. Наметившаяся тенденция по десантированию тяжелых грузов с малых высот 100-200 метров, предопределила проведение во многих странах широких исследований этого способа десантирования, которые показали, что наиболее перспективной системой для десантирования тяжелых грузов с малых высот является парашютно-реактивная система (ПРС).

При снижении объекта на ПРС он тормозится как силой сопротивления парашюта, так и силой тяги реактивных тормозных двигателей. На практике схемы ПРС выполняются с реактивными двигателями, либо устанавливаемыми жестко на объекте, либо закрепляемыми с помощью подвесной системы на некотором расстоянии от объекта.

Как правило, двигатели, закрепленные к объекту с помощью подвесной системы, имеют ограничение по тяговооруженности $n \leq \frac{R_{n_{\max}}}{mg}$, где $R_{n_{\max}}$ – максимальное значение силы сопротивления парашюта при его раскрытии. Поэтому реактивные двигатели с большей тяговооруженностью устанавливаются жестко на объекте десантирования. Кроме того, путь торможения объекта при равных начальных скоростях включения двигателей, будет меньше у того объекта, на котором установлена тормозная двигательная установка (ТДУ) с более высокой тяговооруженностью. Уменьшение пути торможения позволяет упростить конструкцию высотомера. Но при жестком креплении реактивных двигателей на грузе появляются дополнительные трудноразрешимые задачи. Так, вследствие неизбежного появления эксцентриситета тяги при торможении груза, он получает угловую скорость. Наличие этой скорости усложняет решение вопросов устойчивости при приземлении.

В работе разработаны две математические модели процесса торможения десантируемого объекта ПРС. Первая математическая модель описывает пространственное движение объекта системой дифференциальных уравнений, позволяющих определить кинематические характеристики объекта в процессе его торможения. Однако, применение первой модели полезно тогда, когда известны параметры системы "Десантируемый объект – ТДУ": эксцентриситет тяги, начальная скорость движения центра масс объекта, начальные угловые скорости и углы встречи объекта в момент включения ТДУ, а также отклонение времени работы ТДУ от заданного. Менее рационально применение вычислений с помощью полученных уравнений в том случае, когда необходимо изучить влияние разброса этих параметров на кинематические характеристики десантируемого объекта при проектировании парашютно-реактивной системы.

Вторая математическая модель является приближенным решением первой. Получена она путем упрощения первой математической модели. Сложное пространственное движение объекта разбивается на два простых плоских. Такой подход позволяет в отдельности рассмотреть движение десантируемого объекта в продольной и поперечной плоскостях. В итоге решения второй математической модели получаем простые аналитические зависимости кинематических параметров объекта от времени работы реактивных двигателей ТДУ. С помощью этих зависимостей возможно провести исследование влияния разброса параметров ПРС и метеорологических условий на искомые кинематические характеристики.

Ограничимся рассмотрением вопросов связанных с определением кинематических характеристик, приобретенных объектом, с жестко установленной ТДУ, за время ее работы.

2. Математическая модель процесса торможения десантируемого объекта тормозной двигательной установкой

2.1. Пространственное движение десантируемого объекта

Эксцентриситет тяги тормозной двигательной установки, жестко установленной на десантируемом объекте (ДО), в процессе работы реактивных двигателей ТДУ, тормозящих приземляющийся груз, неизбежно ведет к появлению угловых скоростей и углов поворота объекта вокруг своих центральных осей инерции, вследствие чего может произойти опрокидывание объекта.

Ставится задача создания математической модели для определения кинематических характеристик приобретенных ДО в процессе работы ТДУ, с целью последующего анализа устойчивости приземления ДО.

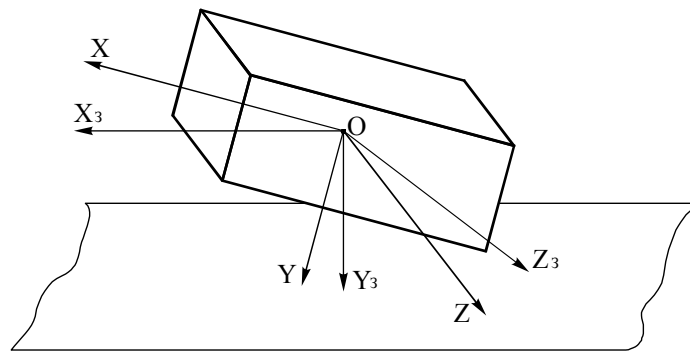


Рис. 1.Связь осей координат с десантируемым объектом.

Свяжем с приземляющимся объектом прямоугольную систему координат $OXYZ$, начало которой, точку O , поместим в центр масс объекта (см. рис. 1). Оси OX и OY расположим в плоскостях симметрии объекта. Продольную ось OX направим влево, нормальную ось OY – перпендикулярно к оси OX и вниз, а поперечную ось OZ – перпендикулярно плоскости OXY таким образом, чтобы она образовывала правую систему координат.

Начало неподвижной системы осей координат выберем также с началом в центре масс объекта. Ось OY_3 направим вертикально вниз, а оси OX_3 и OZ_3 расположим в горизонтальной плоскости, выбрав произвольное, но жестко фиксированное направление оси OX_3 . При этом направление оси OZ_3 выберем так, чтобы получить правую систему координат.

Положение системы координат $OXYZ$, связанной с объектом, относительно неподвижной системы координат $OX_3Y_3Z_3$ определяется тремя углами:

углом тангажа ϑ – между направлением связанной оси OX и местной горизонтальной плоскостью;

углом крена γ – между вертикальной плоскостью симметрии объекта и вертикальной плоскостью OX_3Y_3 ;

углом рыскания ψ – между проекцией связанной оси OX на горизонтальную плоскость OX_3Y_3 и направлением оси OX_3 .

При разработке математической модели приняты следующие допущения: рассматриваются реактивные двигатели ТДУ с тяговооруженностью $n > 5$; вектор тяги ТДУ направлен параллельно связанной оси OY , но в противоположную сторону. Тяга имеет постоянную величину, сопротивлением парашютной системы в период работы ТДУ пренебрегаем / 2 /.

Уравнения пространственного движения объекта в проекциях на связанные оси координат запишутся в виде

$$\begin{cases} m \left(\frac{dV_x}{dt} + V_z \omega_y - V_y \omega_z \right) = (mg)_x; \\ m \left(\frac{dV_y}{dt} + V_x \omega_z - V_z \omega_x \right) = (mg)_y - R; \\ m \left(\frac{dV_z}{dt} + V_y \omega_x - V_x \omega_y \right) = (mg)_z; \\ I_x \frac{d\omega_x}{dt} + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z = -RZ; \\ I_y \frac{d\omega_y}{dt} + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z = 0; \\ I_z \frac{d\omega_z}{dt} + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y = -RX, \end{cases} \quad (2.1)$$

где m – масса десантируемого объекта;

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекции вектора угловой скорости объекта;

V_x, V_y, V_z – проекции вектора скорости центра масс поступательного движения объекта;

I_x, I_y, I_z – главные центральные моменты инерции объекта;

$(mg)_x, (mg)_y, (mg)_z$ – проекции силы тяжести;

R – суммарная сила тяги реактивных двигателей ТДУ;

X, Z – координаты точки приложения тяги ТДУ.

Учитывая, что сила тяжести направлена перпендикулярно площадке приземления, спроецируем ее на связанные с объектом оси, воспользуясь следующей матрицей перехода от земной системы координат к связанной / 1 /:

$$A_{3-C} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta)\cos(\psi) & \sin(\vartheta) & -\cos(\vartheta)\sin(\psi) \\ -\sin(\vartheta)\cos(\gamma)\cos(\psi) + \sin(\gamma)\sin(\psi) & \cos(\vartheta)\cos(\gamma) & \sin(\vartheta)\cos(\gamma)\sin(\psi) + \sin(\gamma)\cos(\psi) \\ \sin(\vartheta)\sin(\gamma)\cos(\psi) + \cos(\gamma)\sin(\psi) & -\cos(\vartheta)\sin(\gamma) & -\sin(\vartheta)\sin(\gamma)\sin(\psi) + \cos(\gamma)\cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Проекция силы тяжести на неподвижные оси координат

$$(mg)_{x_3} = (mg)_{z_3} = 0; \quad (mg)_{y_3} = mg. \quad (2.3)$$

Умножая матрицу (2.2) на вектор-столбец $((mg)_{x_3}, (mg)_{y_3}, (mg)_{z_3})$, получим проекции силы тяжести на связанные оси:

$$(mg)_x = mg \sin(\vartheta), \quad (mg)_y = mg \cos(\vartheta)\cos(\gamma), \quad (mg)_z = -mg \cos(\vartheta)\sin(\gamma). \quad (2.4)$$

Уравнения пространственного движения объекта с учетом найденных проекций сил, перепишем в виде:

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dt} + V_z\omega_y - V_y\omega_z = g \sin(\vartheta); \\ \frac{dV_y}{dt} + V_x\omega_z - V_z\omega_x = g(\cos(\vartheta)\cos(\gamma) - n); \\ \frac{dV_z}{dt} + V_y\omega_x - V_x\omega_y = -g \cos(\vartheta)\sin(\gamma); \\ \frac{d\omega_x}{dt} + \frac{I_z - I_y}{I_x}\omega_y\omega_z = -\frac{RZ}{I_x}; \\ \frac{d\omega_y}{dt} + \frac{I_x - I_z}{I_y}\omega_x\omega_z = 0; \\ \frac{d\omega_z}{dt} + \frac{I_y - I_x}{I_z}\omega_x\omega_y = -\frac{RX}{I_z}, \end{cases} \quad (2.5)$$

где $n = \frac{R}{mg}$ – тяговооруженность двигателей ТДУ.

Скорость i – й точки десантируемого объекта в проекциях на связанные оси по формулам Эйлера можно записать

$$\begin{cases} V_{ix} = V_{0x} + \omega_y z_i - \omega_z y_i; \\ V_{iy} = V_{0y} + \omega_z x_i - \omega_x z_i; \\ V_{iz} = V_{0z} + \omega_x y_i - \omega_y x_i, \end{cases} \quad (2.6)$$

где V_{0x}, V_{0y}, V_{0z} – проекции скорости центра масс объекта на связанные оси;

x_i, y_i, z_i – координаты i – й точки десантируемого объекта в связанной системе координат.

Проекции скорости i – й точки объекта на неподвижные оси координат определяются с помощью выражения

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{z}_3 \end{pmatrix} = A_{C-3} \begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

где A_{C-3} – матрица перехода от связанных осей координат к неподвижным

$$A_{C-3} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta)\cos(\psi) & -\sin(\vartheta)\cos(\gamma)\cos(\psi) + \sin(\vartheta)\sin(\gamma)\cos(\psi) + \cos(\gamma)\sin(\psi) & \sin(\vartheta)\sin(\gamma)\cos(\psi) + \cos(\gamma)\sin(\psi) \\ \sin(\vartheta) & \cos(\vartheta)\cos(\gamma) & -\cos(\vartheta)\sin(\gamma) \\ -\cos(\vartheta)\sin(\psi) & \sin(\vartheta)\cos(\gamma)\sin(\psi) + \sin(\gamma)\cos(\psi) & -\sin(\vartheta)\sin(\gamma)\sin(\psi) + \cos(\gamma)\cos(\psi) \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Решение матричного уравнения (2.7) будет иметь вид

$$\begin{aligned} V_{ix_3} &= V_{ix} \cos(\vartheta)\cos(\psi) + V_{iy} [\sin(\gamma)\sin(\psi) - \sin(\vartheta)\cos(\gamma)\cos(\psi)] + \\ &+ V_{iz} [\sin(\vartheta)\sin(\gamma)\cos(\psi) + \cos(\gamma)\sin(\psi)] \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$V_{iy_3} = V_{ix} \sin(\vartheta) + V_{iy} \cos(\vartheta)\cos(\gamma) - V_{iz} \cos(\vartheta)\sin(\gamma) \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} V_{iz_3} &= -V_{ix} \cos(\vartheta)\sin(\psi) + V_{iy} [\sin(\vartheta)\cos(\gamma)\sin(\psi) + \sin(\gamma)\cos(\psi)] + \\ &+ V_{iz} [\cos(\gamma)\cos(\psi) - \sin(\vartheta)\sin(\gamma)\sin(\psi)] \end{aligned} \quad (2.11)$$

Таким образом, полная система уравнений, описывающая процесс приземления объекта с работающей тормозной двигательной установкой, состоит из уравнений движения (2.5), (2.9) – (2.11) и еще трех уравнений, описывающих изменение углов тангажа, крена и рыскания

$$\begin{cases} \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_y \sin(\gamma) + \omega_z \cos(\gamma); \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - (\omega_y \cos(\gamma) - \omega_z \sin(\gamma)) \operatorname{tg}(\vartheta); \\ \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos(\vartheta)} (\omega_y \cos(\gamma) - \omega_z \sin(\gamma)). \end{cases} \quad (2.12)$$

Разработанная математическая модель позволяет определить скорость центра масс поступательного движения объекта, угловую скорость и углы поворота объекта в любой момент времени работы реактивных двигателей ТДУ.

2.2. Плоскопараллельное движение десантируемого объекта

Рассмотрим плоскопараллельное движение приземляющегося объекта в продольной и поперечной плоскости, с целью получения аналитических зависимостей изменения кинематических параметров десантируемого объекта в период работы двигателей ТДУ.

В продольной плоскости свяжем с объектом прямоугольную систему координат OX_1Y_1 (см. рис. 1а), начало которой поместим в центр масс объекта. Ось OX_1 направим влево, а ось OY_1 – перпендикулярно к оси OX_1 и вниз. Начало неподвижной системы координат OXY выберем также в центре масс объекта. Ось OY направим вниз, перпендикулярно к площадке приземления, а ось OX параллельно площадке приземления в направлении оси OX_1 . Объект приземляется на ровную горизонтальную площадку.

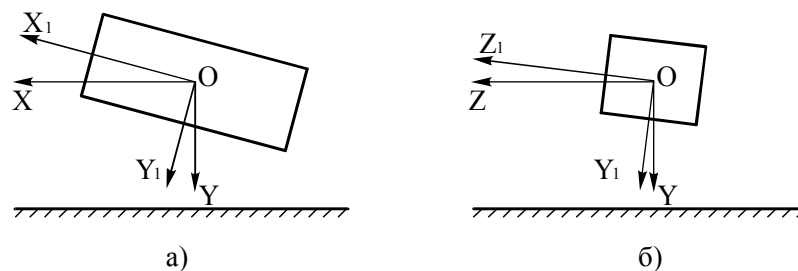


Рис. 2. Связь осей координат с объектом в продольной и поперечной плоскости.

Аналогично выберем направление осей связанной OZ_1Y_1 и неподвижной OZY систем координат в поперечной плоскости десантируемого объекта (см. рис. 2б).

При плоскопараллельном движении положение объекта характеризуется тремя степенями свободы. В этом случае уравнения движения объекта в неподвижной системе координат в продольной плоскости будут иметь вид

$$\begin{cases} m \frac{dV_x}{dt} = -R \sin(\vartheta) \cos(\gamma); \\ m \frac{dV_y}{dt} = mg - R \cos(\vartheta) \cos(\gamma); \\ I_z \frac{d\omega_z}{dt} = -RX, \end{cases} \quad (2.13)$$

в поперечной плоскости

$$\begin{cases} m \frac{dV_y}{dt} = mg - R \cos(\vartheta) \cos(\gamma); \\ m \frac{dV_z}{dt} = R \sin(\gamma); \\ I_x \frac{d\omega_x}{dt} = -RZ. \end{cases} \quad (2.14)$$

Практика применения парашютно-десантных средств, обеспечивающих мягкую посадку различных грузов, показывает, что углы встречи объекта с горизонтальной площадкой приземления имеют малые значения / 4 /. В процессе установившегося снижения на парашюте десантируемый объект при раскачке может отклоняться от вертикали на угол $\vartheta = 10^\circ \div 15^\circ$. Угол крена γ , как правило, не превышает 5° . Приближенно можно записать: $\sin(\vartheta) = \vartheta$, $\cos(\vartheta) = 1 - \frac{\vartheta^2}{2}$, $\sin(\gamma) = \gamma$, $\cos(\gamma) = 1$. С учетом последнего допущения и того, что тяга $R = nmg$, системы дифференциальных уравнений (2.13) и (2.14) можно представить в следующем виде

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = -ng\vartheta; \\ \frac{dV_y}{dt} = g(1-n) + ng \frac{\vartheta^2}{2}; \\ \frac{dV_z}{dt} = ng\gamma; \\ \frac{d\omega_x}{dt} = -\frac{nmgZ}{I_x}; \\ \frac{d\omega_z}{dt} = -\frac{nmgX}{I_z}. \end{cases} \quad (2.15)$$

Решения последних двух уравнений системы (2.15) при начальных условиях $\omega_x(0)=0$ и $\omega_z(0)=0$ имеют вид

$$\omega_x = \frac{nmgZ}{I_x} \tau \quad (2.16)$$

и

$$\omega_z = \frac{nmgX}{I_z} \tau, \quad (2.17)$$

где τ – время работы двигателей ТДУ.

Интегрирование уравнений (2.16) и (2.17) при начальных условиях $\vartheta(0)=\vartheta_0$ и $\gamma(0)=\gamma_0$ позволяет получить зависимости изменения углов встречи объекта с горизонтальной площадкой приземления

$$\vartheta = \frac{nmgX}{2I_z} \tau^2 + \vartheta_0, \quad (2.18)$$

$$\gamma = \frac{nmgZ}{2I_x} \tau^2 + \gamma_0. \quad (2.19)$$

Подставим (2.18) в дифференциальное уравнение $\frac{dV_y}{dt} = g(1-n) + ng \frac{\vartheta^2}{2}$ и проинтегрируем его при начальном условии $V_y(0)=V_{0y}$, получим зависимость изменения вертикальной скорости торможения центра масс объекта от тяговооруженности и времени работы двигателей ТДУ

$$V_y = V_{0y} - g\tau(n-1) + \frac{ng\tau}{2} \left[\frac{(nmgX)^2}{20I_z^2} \tau^4 - \frac{nmgX\vartheta_0}{3I_z} \tau^2 + \vartheta_0^2 \right], \quad (2.20)$$

где V_{0y} – начальная вертикальная скорость торможения центра масс объекта.

Интегрирование уравнения (2.20) при начальном условии $H(0)=0$ позволяет получить выражение для определения пути торможения

$$H = V_{0y}\tau - \frac{g\tau^2}{2}(n-1) + \frac{ng\tau^2}{4} \left[\frac{(nmgX)^2}{60I_z^2} \tau^4 - \frac{nmgX\vartheta_0}{6I_z} \tau^2 + \vartheta_0^2 \right]. \quad (2.21)$$

С учетом того, что при разработке математической модели процесса торможения ДО рассматриваются реактивные двигатели ТДУ с высокой тяговооруженностью и малым временем работы, последним слагаемым в (2.21) пренебрегаем. Окончательно будем иметь

$$H = V_{0y}\tau - \frac{g\tau^2}{2}(n-1). \quad (2.22)$$

Интегрирование первого дифференциального уравнения системы (2.15) при начальном условии $V_x(0)=V_{0x}$, с подстановкой найденного значения угла тангажа (2.18), дает выражение для определения горизонтальной скорости торможения объекта в продольной плоскости

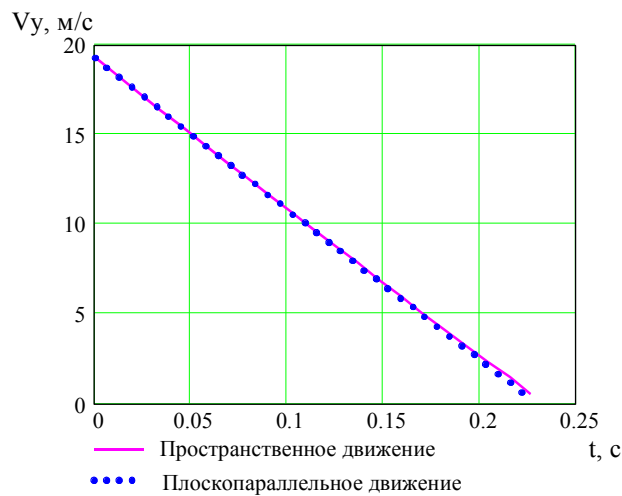
$$V_x = V_{0x} + ng\tau \left(\frac{nmgX}{6I_z} \tau^2 - \vartheta_0 \right). \quad (2.23)$$

Аналогично, найдем изменение горизонтальной скорости торможения объекта в поперечной плоскости

$$V_z = V_{0z} - ng\tau \left(\frac{nmgZ}{6I_x} \tau^2 - \gamma_0 \right) \quad (2.24)$$

Полученные аналитические зависимости (2.16) – (2.20), (2.22) – (2.24) позволяют определить изменение кинематических характеристик десантируемого объекта в зависимости от параметров ТДУ – тяговооруженности и времени работы реактивных двигателей, а также, провести исследование влияния отклонения параметров ТДУ и условий приземления на разброс искомых характеристик.

На рисунках 3 – 7 представлены зависимости изменения кинематических характеристик от времени работы ТДУ, полученные в результате расчета процесса торможения десантируемого объекта при пространственном движении на ЭВМ из уравнений (2.5), (2.9) – (2.12) (сплошная линия) и по приближенной методике из уравнений (2.16) – (2.20) (пунктирная линия). Расчет проводился для десантируемого объекта массой $m = 6000 \text{ кг}$, $I_x = 3500 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $I_y = 14500 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$,



$I_z = 14500 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $X = -0.1 \text{ м}$, $Y = -1 \text{ м}$, $Z = -0.05 \text{ м}$, $V_{0x_{связ}} = V_{0z_{связ}} = 0 \text{ м/с}$, $V_{0y_{связ}} = 20 \text{ м/с}$, $\vartheta_0 = 15^\circ$, $\gamma_0 = 5^\circ$, $n = 10$, $\tau = 0.22 \text{ с}$. Анализ представленных зависимостей показывает хорошую сходимость результатов расчетов по полученным методикам.

Рис. 3. Расчетная зависимость изменения вертикальной скорости торможения центра масс объекта в неподвижной системе координат от времени работы ТДУ

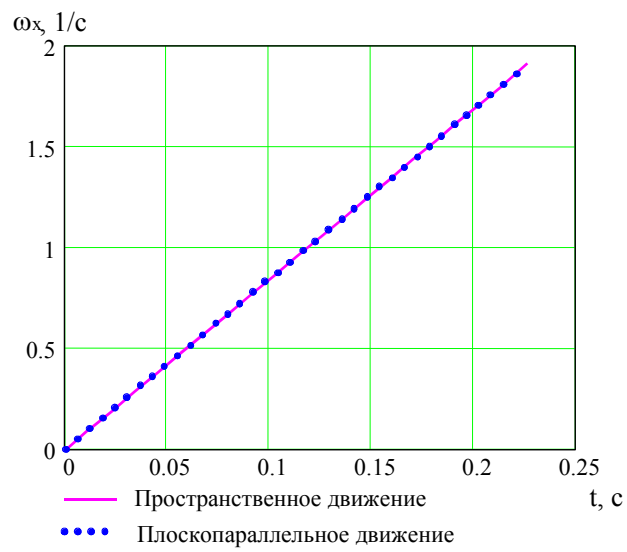


Рис. 4. Расчетная зависимость изменения проекции угловой скорости ω_x от времени работы ТДУ.

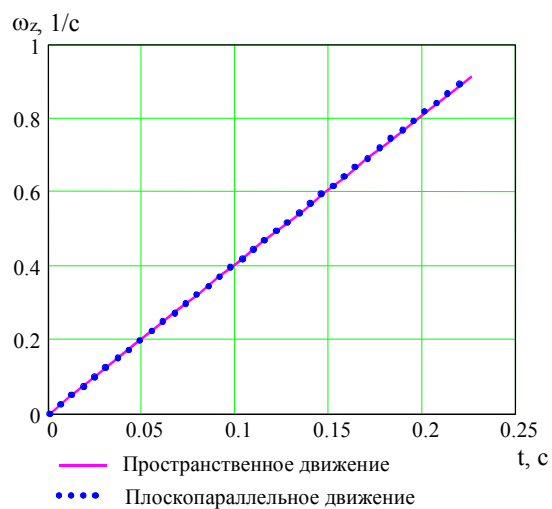


Рис. 5. Расчетная зависимость изменения проекции угловой скорости ω_z от времени работы ТДУ.

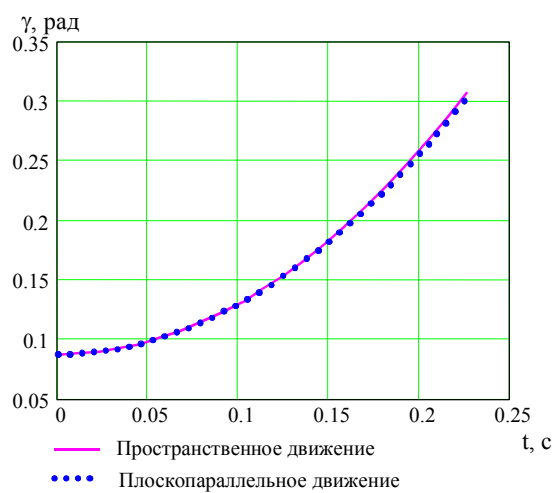


Рис. 6. Расчетная зависимость изменения угла тангажа \mathcal{S} от времени работы ТДУ.

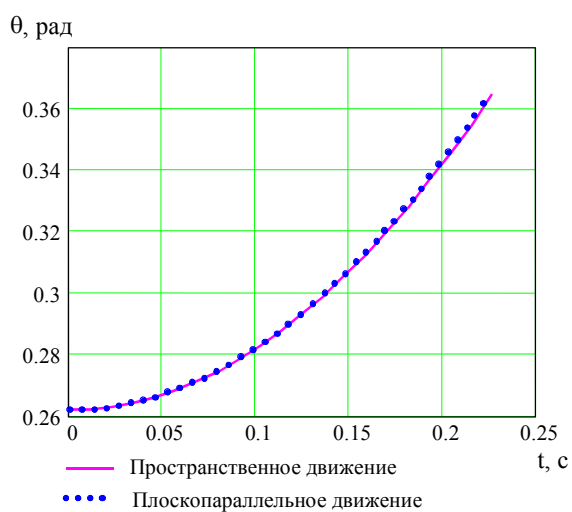


Рис. 7. Расчетная зависимость изменения угла крена \mathcal{Y} от времени работы ТДУ.

2.3. Влияние времени работы реактивных двигателей ТДУ на кинематические характеристики приземления ДО

Рассмотрим установившееся снижение десантируемого объекта на парашютно-реактивной системе. Угол встречи объекта с площадкой приземления будем считать нулевым, эксцентриситетом тяги двигателей ТДУ пренебрежем. Вертикальная скорость торможения объекта, определяемая выражением (2.20), с учетом принятых допущений будет иметь вид

$$V_{\tau} = V_0 - g\tau(n-1), \quad (2.25)$$

где V_0 – скорость установившегося снижения ДО.

Время работы ТДУ должно быть выбрано так, чтобы в конце торможения объект имел нулевую вертикальную скорость. Найдем время работы двигателей из выражения (2.25), принимая скорость объекта V_{τ} равную нулю, откуда

$$\tau = \frac{V_0}{g(n-1)}. \quad (2.26)$$

Реально приземляющийся объект, вследствие его раскачки при установившемся снижении, имеет ненулевой угол встречи с площадкой приземления, кроме того, при жестком креплении двигателей на грузе всегда будет возникать эксцентриситет тяги. Подставим найденное значение времени работы ТДУ в выражение (2.20), получим скорость объекта в конце торможения

$$V_{\tau \min} = \frac{m^2 X^2 n^3 V_0^5}{40g^2 I_z^2 (n-1)^5} - \frac{mX g_0 n^2 V_0^3}{6gI_z (n-1)^3} + \frac{n g_0^2 V_0}{2(n-1)}. \quad (2.27)$$

Как видно из выражения (2.27), при приземлении объекта с ненулевыми углом встречи и эксцентриситетом тяги ТДУ, нельзя получить скорость в конце торможения равную нулю.

Без учета влияния отклонения параметров ПРС и метеорологических условий, минимально возможная скорость объекта десантирования в конце торможения будет иметь величину, определяемую выражением (2.27). Выберем высоту включения реактивных двигателей ТДУ равную пути торможения, тогда скорость, найденная из (2.27), будет являться минимальной скоростью приземления $V_{np \min}$.

Так как ПРС работает в условиях воздействия вертикальных воздушных потоков, то скорость в конце горения будет отличаться от скорости вычисленной в (2.25), на величину ΔV , путь торможения – на $\Delta V \tau$.

Относительно земли скорость объекта тогда может быть записана

$$V_{об} = V_{\tau} + \Delta V.$$

Путь торможения также представим в виде двух слагаемых. Первое слагаемое – путь торможения в неподвижной атмосфере H , второе – путь, проходимый вертикальным воздушным потоком за время работы ТДУ – $\Delta V \tau$.

$$S = H + \Delta V \tau .$$

Высоту включения реактивных двигателей выберем равной максимальному пути торможения $H_0 = H + \Delta V_m \tau$,

где ΔV_m – максимальная скорость нисходящего воздушного потока. Тогда высота свободного падения запишется

$$\Delta H = (\Delta V_m - \Delta V) \tau . \quad (2.28)$$

С учетом (2.25) и (2.28) скорость приземления может быть вычислена

$$V_{np} = \sqrt{(V_\tau + \Delta V_m)^2 + 2g\tau(\Delta V_m - \Delta V)} .$$

Найдем время работы двигателей ТДУ τ_0 , при котором скорость приземления становится стабильной при максимальных значениях скоростей восходящего или нисходящего потоков из равенства / 3 /

$$\sqrt{(V_\tau - \Delta V_m)^2 + 2g\tau(\Delta V_m + \Delta V_m)} = V_\tau + \Delta V_m ,$$

откуда

$$\tau_0 = \frac{V_\tau}{g} .$$

Далее, считая, что $V_\tau = g\tau_0$, после подстановки в (2.20) получаем уравнение относительно τ_0

$$g\tau_0 = V_0 - g\tau_0(n-1) .$$

Решая полученное уравнение, найдем

$$\tau_0 = \frac{V_0}{gn} . \quad (2.29)$$

При достижении восходящим потоком максимальной скорости скорость приземления также принимает максимальные значения. Максимальная скорость приземления теперь может быть вычислена как $V_{np\max} = V_{\tau_0} + \Delta V_m$.

Подставив (2.29) в (2.20) с учетом последнего выражения, получим формулу для вычисления максимальной скорости приземления

$$V_{np\max} = \frac{V_0}{n} + \frac{m^2 X^2 V_0^5}{40g^2 n^2 I_z^2} - \frac{mX g_0 V_0^3}{6gnI_z} + \frac{g_0^2 V_0}{2} + \Delta V_m . \quad (2.30)$$

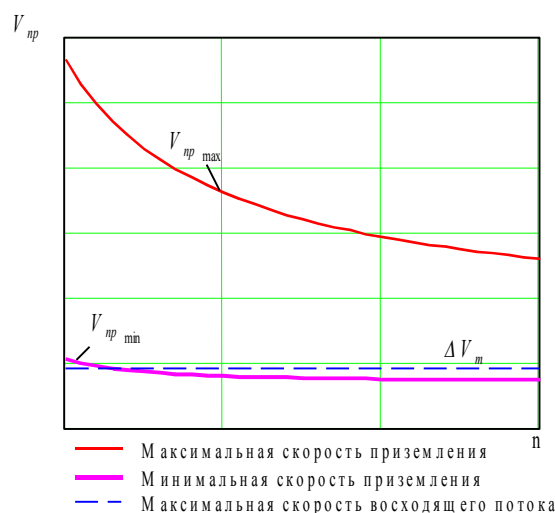


Рис. 8. Зависимость скорости приземления объекта от тяговооруженности ТДУ.

На зависимости (см. рис. 8) $V_{np\ min}(n)$ и $V_{np\ max}(n)$ для одних и тех же – установившейся скорости, эксцентриситета тяги и угла встречи видно, что уменьшить скорость приземления можно за счет увеличения тяговооруженности. Однако получить $V_{np\ max}$ меньше ΔV_m не удастся даже при сколь угодно больших значениях тяговооруженности. Из рисунка 8 видно, что скорость приземления десантируемого объекта лежит в области, ограниченной линиями $V_{np\ max}(n)$, $V_{np\ min}(n)$, ΔV_m .

Таким образом, с максимальной скоростью объект будет приземляться при времени работы ТДУ τ_0 , найденным из выражения (2.29), а при времени τ (2.26) – с минимальной скоростью. Легко убедиться, что время работы τ_0 меньше времени τ , поэтому запишем

$$\tau_{\min} = \tau_0,$$

$$\tau_{\max} = \frac{n}{n-1} \tau_0.$$

Большее время работы, чем τ_{\max} , принимать нецелесообразно, так как заведомо будем закладывать больший импульс двигателей ТДУ, чем это требуется для обеспечения мягкой посадки. При времени же τ_{\min} мы имеем минимальный импульс, с одной стороны, и, с другой стороны, увеличение времени работы сверх τ_0 к уменьшению предельной скорости приземления ΔV_m не ведет.

Подставим известные τ_{\max} и τ_{\min} в выражения для определения угловых скоростей объекта (2.16) и (2.17) и найдем их максимальные и минимальные значения

$$\omega_{x \max} = \frac{nmZV_0}{I_x(n-1)}, \quad (2.31)$$

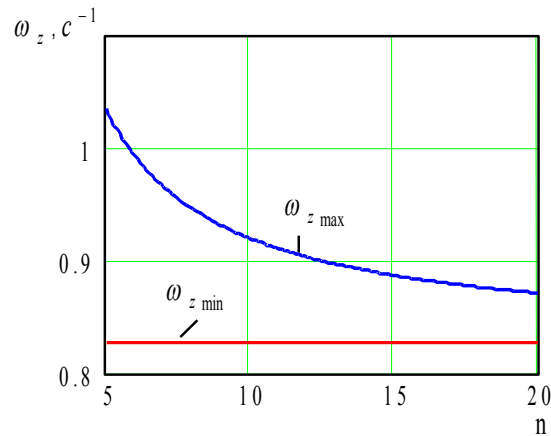
$$\omega_{x \min} = \frac{mZV_0}{I_x}, \quad (2.32)$$

$$\omega_{z \max} = \frac{nmXV_0}{I_z(n-1)}, \quad (2.33)$$

$$\omega_{z \min} = \frac{mXV_0}{I_z}. \quad (2.34)$$

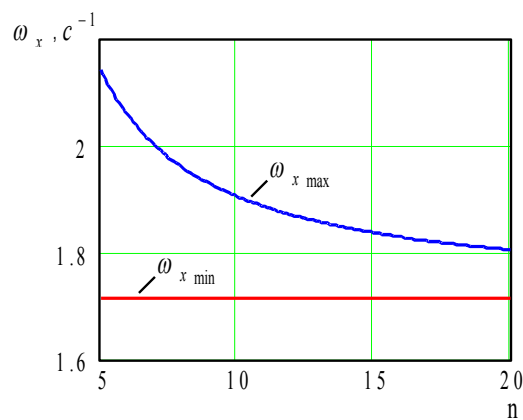
На рисунках 9 и 10 представлены зависимости изменения максимальной и минимальной угловой скорости объекта, в продольной и поперечной плоскостях, от тяговооруженности.

Рис. 9. Расчетная зависимость изменения максимальной и минимальной угловой скорости объекта



от тяговооруженности в продольной плоскости.

Рис. 10. Расчетная зависимость изменения максимальной и минимальной угловой скорости



объекта от тяговооруженности в поперечной плоскости.

Уменьшить угловую скорость, также как и скорость приземления, можно путем увеличения тяговооруженности двигателей ТДУ, но получить меньше минимальной нельзя. Стоит отметить, что при максимальном времени работы ТДУ, с заданной тяговооруженностью, объект приобретает максимальные угловые скорости, в тоже время, минимальную скорость приземления, и, наоборот. Возникает задача о рациональном выборе времени работы реактивных двигателей ТДУ, при котором бы обеспечивалось устойчивое приземление объекта с допускаемыми кинематическими характеристиками.

Найдем теперь максимальный и минимальный угол поворота объекта в продольной и поперечной плоскостях при приземлении. Подстановка максимального и минимального времени работы ТДУ в выражения (2.18) и (2.19) позволяет найти соответствующие искомые углы поворота объекта в конце его торможения ПРС

$$\mathcal{G}_{\max} = \frac{nmXV_0^2}{2gI_z(n-1)^2} + \mathcal{G}_0, \quad (2.35)$$

$$\mathcal{G}_{\min} = \frac{mXV_0^2}{2ngI_z} + \mathcal{G}_0, \quad (2.36)$$

$$\gamma_{\max} = \frac{nmZV_0^2}{2gI_x(n-1)^2} + \gamma_0, \quad (2.37)$$

$$\gamma_{\min} = \frac{mZV_0^2}{2ngI_x} + \gamma_0. \quad (2.38)$$

Необходимо учитывать то, что площадка приземления имеет некоторый уклон, а снижение объекта происходит в подвижной среде, т. е. относительно земли объект имеет не только вертикальную, но и горизонтальную составляющую скорости снижения, равную скорости ветра. Пусть выбрана высота включения ТДУ, равная пути торможения. Тогда в зависимости от того, движется ли объект вниз или вверх склона, происходит, соответственно, или свободное падение объекта после окончания работы ТДУ, или посадка с работающими реактивными двигателями. Как в первом, так и во втором случаях это ведет к увеличению вертикальной составляющей скорости приземления. На практике с целью исключения нежелательного влияния послепосадочного действия тяги ТДУ увеличивают высоту включения реактивных двигателей на некоторую величину, обеспечивающую посадку с неработающими двигателями.

Углы поворота объекта при приземлении тогда можно определить из выражений

$$\mathcal{G}_{np\max} = \mathcal{G}_{\max} + \omega_{z\max} t,$$

$$\mathcal{G}_{np\min} = \mathcal{G}_{\min} + \omega_{z\min} t,$$

$$\gamma_{np\max} = \gamma_{\max} + \omega_{x\max} t,$$

$$\gamma_{np\min} = \gamma_{\min} + \omega_{x\min} t ,$$

где t – время свободного падения объекта.

Высота свободного падения будет иметь вид следующей зависимости

$$\Delta H = \frac{gt^2}{2} . \quad (2.39)$$

С другой стороны высоту свободного падения можно найти как разность максимального и минимального пути торможения при условии равенства нулю скорости приземления:

$\Delta H = H(\tau_{\max}) - H(\tau_{\min})$ или с учетом (2.22), получим

$$\Delta H = \frac{V_0^2}{2gn^2(n-1)} . \quad (2.40)$$

Подставим (2.40) в (2.39), получим уравнение относительно неизвестной t и решим его, найдем время свободного падения

$$t = \frac{V_0}{gn\sqrt{n-1}} \quad (2.41)$$

Подстановка полученного времени в выражения, определяющие максимальные и минимальные углы встречи объекта при приземлении, дает

$$\vartheta_{np\max} = \frac{mXV_0^2}{2gI_z(n-1)^2} (2\sqrt{n-1} + n) + \vartheta_0 , \quad (2.42)$$

$$\vartheta_{np\min} = \frac{mXV_0^2}{2ngI_z\sqrt{n-1}} (\sqrt{n-1} + 2) + \vartheta_0 , \quad (2.43)$$

$$\gamma_{np\max} = \frac{mZV_0^2}{2gI_x(n-1)^2} (2\sqrt{n-1} + n) + \gamma_0 , \quad (2.44)$$

$$\gamma_{np\min} = \frac{mZV_0^2}{2ngI_x\sqrt{n-1}} (\sqrt{n-1} + 2) + \gamma_0 . \quad (2.45)$$

На рисунке 11 представлены зависимости изменения максимального и минимального угла встречи объекта, с площадкой приземления в продольной а) и поперечной б) плоскости, от тяговооруженности.

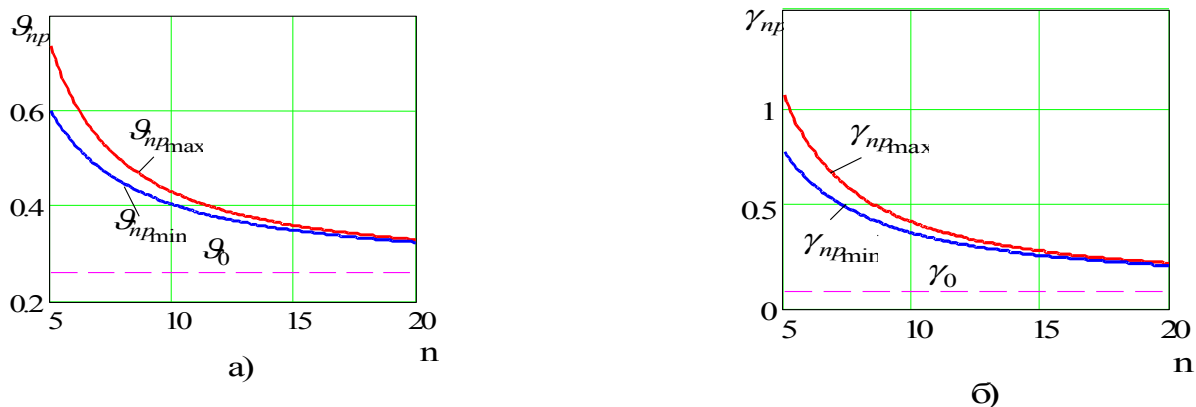


Рис. 11. Расчетная зависимость изменения угла встречи объекта от тяговооруженности.

3. Заключение

В данной работе разработаны математические модели процесса торможения десантируемого объекта парашютно-реактивной системой. Первая математическая модель описывает пространственное движение ДО, а вторая – плоскопараллельное движение объекта в продольной и поперечной плоскости симметрии и является приближенным решением первой. Разработанные модели позволяют определить кинематические характеристики объекта в процессе его торможения. Результаты расчетов, полученные из решения каждой математической модели, имеют хорошую сходимость. Преимущества второй математической модели в том, что она позволяет провести анализ влияния разбросов параметров ПРС и метеорологических условий на отклонения кинематических характеристик приземляющегося объекта. К достоинствам аналитической модели также можно добавить ее простоту и более высокое быстродействие получения решений, которые всегда будут иметь физический смысл. С помощью аналитических зависимостей второй математической модели в разделе 2.3. было проведено исследование влияния разброса времени работы реактивных двигателей ТДУ на кинематические характеристики приземляющегося объекта, позволяющее сделать рациональный выбор тяговооруженности двигателей силовой установки и времени ее работы, при которых обеспечивается мягкая посадка ДО и решается вопрос устойчивого приземления.

Литература

1. Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Аэродинамика самолета / Динамика продольного и бокового движения. – М.: Машиностроение, 1979.- 352 с.
2. Емельянов Ю.Н. Определение импульса РДТТ парашютно-реактивной системы // Эффективность и надежность систем оборудования летательных аппаратов. Тем. сб. науч. тр.– М.: МАИ, 1973, №280.- 167 с.
3. Емельянов Ю.Н., Павлов А.С., Титов В.А. Проектирование системы мягкой посадки приземляющегося объекта. – М.: МАИ, 1988.- 62 с.
4. Титов В.А. Проектирование рациональных систем пенопластовых амортизаторов для объектов десантирования.: дис. к.т.н. // МАИ.– М.: 1989.- 216 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Трямкин Алексей Владимирович, аспирант кафедры 103 «Системы оборудования ЛА» Московского государственного авиационного института (технического университета).

Емельянов Юрий Николаевич, профессор кафедры «Техническая механика» Московского института радиотехники, электроники и автоматики (технического университета), к.т.н.