Труды МАИ. 2023. № 133
Trudy MAI, 2023, no. 133

Научная статья
УДК 621.391
URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=177666

РАЗРАБОТКА ТОПОЛОГИИ ИНТЕГРАЛЬНОЙ МИКРОСХЕМЫ КОДЕКА АЛГЕБРАИЧЕСКОГО СВЕРТОЧНОГО КОДА

Алексей Станиславович Волков[1]✉, Алексей Викторович Солодков[2]

[1,2]Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», Москва, Зеленоград, Россия.

[1]leshvol@mail.ru✉

[2]solodkov_aw@mail.ru

Аннотация. Рассмотрен алгоритм построения и кодирования алгебраических сверточных кодов, позволяющий сформировать набор порождающих многочленов и основных параметров сверточного кода. Выполнен анализ алгоритмов декодирования алгебраических сверточных кодов: алгоритм Витерби с мягким входом и жестким выходом и алгебраический – жесткий вход и жесткий выход.

Разработана интегральная микросхема кодека алгебраического сверточного кода, обеспечивающая декодирования как алгебраическим методом, так и на основе декодера максимального правдоподобия Витерби. Кроме того, предусмотрена возможность перемежения.

Проведено математическое моделирование выбранных алгоритмов и дана оценка необходимых отношений E_b/N_0.

Ключевые слова: сверточные коды, построение сверточных кодов, декодирование сверточных кодов, интегральная микросхема кодека, топология кодека, помехоустойчивое кодирование

Финансирование: работа была выполнена за счет средств Минобрнауки России в рамках федерального проекта «Подготовка кадров и научного фундамента для электронной промышленности» по гос. заданию на выполнение научно-исследовательской работы «Разработка методики прототипирования электронной компонентной базы на отечественных микроэлектронных производствах на основе сервиса MPW (FSMR-2023-0008)»

Для цитирования: Волков А.С., Солодков А.В. Разработка топологии интегральной микросхемы кодека алгебраического сверточного кода // Труды МАИ. 2023. № 133. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=177666

Original article

DESIGN OF AN INTEGRATED CIRCUIT TOPOLOGY FOR AN ALGEBRAIC CONVOLUTIONAL CODEC

Alexey S. Volkov1, Alexey V. Solodkov2

[1,2]National Research University of Electronic Technology,

Moscow, Zelenograd, Russia

[1]leshvol@mail.ru✉

[2]solodkov_aw@mail.ru

Abstract. Modern telecommunication systems and communication networks development is being accompanied by a permanent growth of the transmitted messages volume and speed. High demands are placed herewith on the transmitted information reliability, both in wired and wireless systems. The problem solution to the of transmitted information reliability increasing is the error-correcting convolutional coding and decoding methods application. At the same time, Russian telecommunications companies are showing interest in domestic developments in microelectronics to ensure target indicators of domestic communication systems noise immunity.

The purpose of this article consists in the topology designing of an integrated circuit for codec of algebraic convolutional (n, k)-code. The work was funded by the Ministry of Education and Science of Russia within the framework of Federal project “Training of personnel and scientific foundation for the electronics industry” according to the State assignment for the implementation of research work “Development of the Technique for Electronic Component Base Prototyping with Domestic Microelectronic Production based on the MPW Service (FSMR-2023-0008)”.

The authors considered a coding algorithm, defining a convolutional code in a polynomial manner through a set of generating polynomials. This approach allows determining the convolutional code parameters at the design stage. Two decoding algorithms have been proposed: the Viterbi algorithm and the algebraic decoding algorithm.

The integrated circuit topology of the algebraic convolutional codec has been designed, and its main parameters description has been performed. These parameters are as follows: the number of chip contacts is 52; the size is 20 × 20 microns; maximum operating frequency is up to 250 MHz, and peak consumption is of no more than 200 mA.

The integrated circuit of the algebraic convolutional codec allows both algebraic decoding at the length of the code word section and Viterbi decoding applying soft decision metrics.

As the result of modeling, the following values of the E_b/N_0 ratio for bit error probability of $q_{bit} = 10^{-3}$ were obtained: 5.68 dB at $R \approx 2/3$ and 6.12 dB at $R \approx 1/2$ and 6.91 dB at $R \approx 1/3$. The obtained values for the E_b/N_0 ratio for the bit error probability $q_{bit} = 10^{-6}$ corresponds to the following values: .23 dB at $R \approx 2/3$; 8.41 dB at $R \approx 1/2$ and 9.18 dB at $R \approx 1/3$.

Keywords: convolutional codes, construction of convolutional codes, decoding of convolutional codes, codec integrated circuit, codec topology, error-correction codes

Funding: this work was supported by the Ministry of Education and Science of Russia within the federal project «Training of personnel and scientific foundation for the electronics industry» for the state assignment for the implementation of research work «Development of a methodology for prototyping an electronic component base in domestic microelectronic production based on the MPW service (FSMR-2023-0008)»

For citation: Volkov A.S., Solodkov A.V. Design of an integrated circuit topology for an algebraic convolutional codec. *Trudy MAI*, 2023, no. 133. URL: https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=177666

Введение

Развитие современных телекоммуникационных систем и сетей связи сопровождается постоянным ростом объема и скорости передаваемых дискретных сообщений [1 – 8]. При этом предъявляются высокие требования к достоверности передаваемой информации, как в проводных, так и беспроводных системах. Решением проблемы повышения достоверности передаваемой информации является применение методов помехоустойчивого кодирования и декодирования.

В тоже время телекоммуникационные компании России все больше проявляют интерес к отечественным разработкам в микроэлектронике для обеспечения целевых показателей помехоустойчивости в отечественных системах связи.

Основная часть

Описание сверточных (n, k)-кодов (процедур кодирования), выполняют с помощью операторов задержки, графов состояний, векторов, матриц, многочленов, древовидных или решетчатых диаграмм [9, 10]. Каждое из перечисленных представлений используется в зависимости от того, какой метод декодирования сверточных (n, k)-кодов применяется. С появлением алгебраических сверточных (n, k)-кодов [10, 11] предпочтительными являются векторное, матричное и представление на основе многочленов [12].

Рассмотрим процедуру кодирования алгебраических сверточных (n, k)-кодов. Пусть заданы порождающие многочлены алгебраического сверточного (n, k)-кода, которые можно представить следующим образом [10]:

$$\begin{gathered} g_1(x) = g_{1,0} + g_{1,1}x + g_{1,2}x^2 + \ldots + g_{1,r-2}x^{r-2} + g_{1,r-1}x^{r-1}; \\ g_2(x) = g_{2,0} + g_{2,1}x + g_{2,2}x^2 + \ldots + g_{2,r-2}x^{r-2} + g_{2,r-1}x^{r-1}; \\ \ldots \\ g_m(x) = g_{m,0} + g_{m,1}x + g_{m,2}x^2 + \ldots + g_{m,r-2}x^{r-2} + g_{m,r-1}x^{r-1}. \end{gathered} \tag{1}$$

Пусть многочлен $i(x)$ информационной последовательности алгебраического сверточного (n, k)-кода имеет следующий вид:

$$i(x) = i_0 + i_1 x + i_2 x^2 + \ldots + i_{r-2} x^{r-2} + i_{r-1} x^{r-1}. \qquad (2)$$

Тогда правило кодирования алгебраического сверточного (n, k)-кода возможно выразить следующим выражением:

$$\begin{gathered} c_1(x) = g_1(x) \cdot i(x); \\ c_2(x) = g_2(x) \cdot i(x); \\ \ldots \\ c_m(x) = g_m(x) \cdot i(x), \end{gathered} \qquad (3)$$

где $\deg c_j(x) \leq 2 \cdot r - 2$, $j = 1 \ldots m$.

Формальная переменная x^j (оператор задержки), при соответствующих коэффициентах многочленов в выражениях (1) – (3), позволяет сформировать многочлен кодового слова $c(x)$ следующим образом [11, 13, 14]:

$$\begin{gathered} c_1(x) = c_{1,0} + c_{1,1} x + c_{1,2} x^2 + \ldots + c_{1,r-3} x^{r-3} + c_{1,r-2} x^{r-2}; \\ c_2(x) = c_{2,0} + c_{2,1} x + c_{2,2} x^2 + \ldots + c_{2,r-3} x^{r-3} + c_{2,r-2} x^{r-2}; \\ \ldots \\ c_m(x) = c_{m,0} + c_{m,1} x + c_{m,2} x^2 + \ldots + c_{m,r-3} x^{r-3} + c_{m,r-2} x^{r-2}, \end{gathered} \qquad (4)$$

при этом:

$$\begin{gathered} c(x) = (c_{1,0}, c_{2,0}, \ldots, c_{m,0}) + (c_{1,1}, c_{2,1}, \ldots, c_{m,1}) x + (c_{1,2}, c_{2,2}, \ldots, c_{m,2}) x^2 + \\ + \ldots + (c_{1,2r-3}, c_{2,2r-3}, \ldots, c_{m,2r-3}) x^{2r-3} + (c_{1,2r-2}, c_{2,2r-2}, \ldots, c_{m,2r-2}) x^{2r-2}. \end{gathered} \qquad (5)$$

В общем случае многочлен $i(x)$ имеет бесконечную степень. Следовательно, бесконечную степень имеет и многочлен $c(x)$ кодового слова алгебраического сверточного (n, k)-кода.

Рассмотрим процедуру кодирования алгебраических сверточных (n, k)-кодов.

На начальном этапе кодирования информационная последовательность разбивается на фрагменты по k символов. В теории помехоустойчивого сверточного кодирования такие фрагменты называются кадрами информационных символов. Кадр информационных символов, как правило, состоит из одного или нескольких символов (бит). В одну единицу времени на вход кодера сверточного (n, k)-кода поступает только один кадр информационных символов.

Формирование одного кадра кодового слова n сверточного (n, k)-кода выполняется в соответствии с r кадрами информационной последовательности r, хранящейся в кодере. Величина r определяется максимальной степенью порождающего многочлена из всего набора многочленов, определяющих сверточный код. Тогда величину v называют длиной кодового ограничения:

$$v = r \cdot k. \tag{6}$$

которая характеризует размер памяти кодера сверточного (n, k)-кода.

С длиной кодового ограничения v связан следующий параметр – информационная длина слова сверточного (n, k)-кода, которая выражается следующим выражением:

$$k_1 = (r+1) \cdot k. \tag{7}$$

Соответственно, кодовую длину блока n, сверточного (n, k)-кода представим так:

$$n_1 = (r+1) \cdot n. \tag{8}$$

Параметр n количественно определяет влияние кадра информационных символов k на выходную последовательность, генерируемую кодером сверточного кода на некоторой длине.

Скорость R сверточного (n, k)-кода определяется выражением:

$$R = \frac{k}{n}. \tag{9}$$

Минимальное расстояние Хемминга [15 – 18] на длине l кадров кодовых слов (всех пар с отличающимся начальным кадром) представляется следующим выражением:

$$2 \cdot t + 1 \le d_l, \tag{10}$$

где t – кратность исправляемых сверточным кодом ошибок.

Свободное расстояние сверточного (n, k)-кода представим следующим выражением:

$$d_\infty = \max_l d_l, \tag{11}$$

где $d_{r+1} \le d_{r+2} \le \ldots \le d_\infty$.

Таким образом, алгебраический сверточный (n, k)-код можно однозначно задать алгебраическим способом. При этом заранее удается определить его основные параметры, при произвольно больших длинах кодового ограничения [18]. Анализ основных параметров алгебраических сверточных (n, k)-кодов показал, что они связаны с максимальной степенью порождающего многочлена из всего набора вида (1). Это объясняется тем, что максимальная степень одного из порождающих многочленов определяет полную длину регистра сдвига кодера, а все порождающие многочлены (меньшей длины) будут при этом учтены. Так как параметры сверточного кодера связаны с диной регистра сдвига кодера, то имеем непосредственную связь порождающего многочлена максимальной степени с определением основных параметров алгебраического сверточного (n, k)-кода.

Работа кодера алгебраического сверточного (n, k)-кода предполагает возможность обработки двоичных и недвоичных символов, которые поступают на его вход. Тогда в зависимости от выбора режима работы декодера, можно выбрать алгебраический или неалгебраический алгоритм декодирования.

Рассмотрим метод декодирования по максимуму правдоподобия, реализацией которого является алгоритм Витерби [11, 15 19]. Суть алгоритма заключается в сравнении всевозможных путей при пошаговом следовании по кодовой решетки сверточного кода с принятой последовательностью. При этом пути, которые находятся на большем расстоянии (по Хэммингу) от принятой последовательности, отбрасываются. Таким образом, выполняется максимизация следующего выражения [15, 20]:

$$p(c'|c) = \prod_{i=0}^{n-1} p(c'_i|c_i), \qquad (12)$$

где c' и c – принятая и переданная последовательности длины n.

Выражение (12) (условная вероятность) справедливо для случая канала с шумом без памяти [1-4].

Для эффективной реализации оптимального алгоритма Витерби необходимо, чтобы глубина декодирования L (ширина окна) удовлетворяла условию: $L \approx (5 \div 9) \cdot v_0$. Следовательно, значение длины кодового ограничения v_0 необходимо выбирать на основании неравенства: $v_0 \leq 9$ [11]. Однако, алгоритм Витерби является более эффективным по сравнению с другими алгоритмами декодирования сверточных кодов [11, 19].

Недостатками данного алгоритма является необходимость анализа и хранения в памяти декодера всех 2^{v} путей, к которым относятся и маловероятные. Это приводит к необходимости выполнять большое количество операций, результат которых впоследствии не используется. При этом занимается значительный ресурс памяти и устройств, выполняющих вычисления [11, 17]. Считают, что данный алгоритм эффективно использовать для реализации декодирования на внутренней ступени при значениях кодового ограничения $v_0 \leq 9$ [11].

При алгебраическом декодировании сверточного $(n,\ k)$-кода сложность декодирования можно снизить, а высвобожденный ресурс (например, площадь интегральной микросхемы) выделить на повышение длины кодового ограничения кода. Алгоритм алгебраического декодирования сверточного (n, k)-кода представим в виде блок схемы на рисунке 1 [14, 19-23].

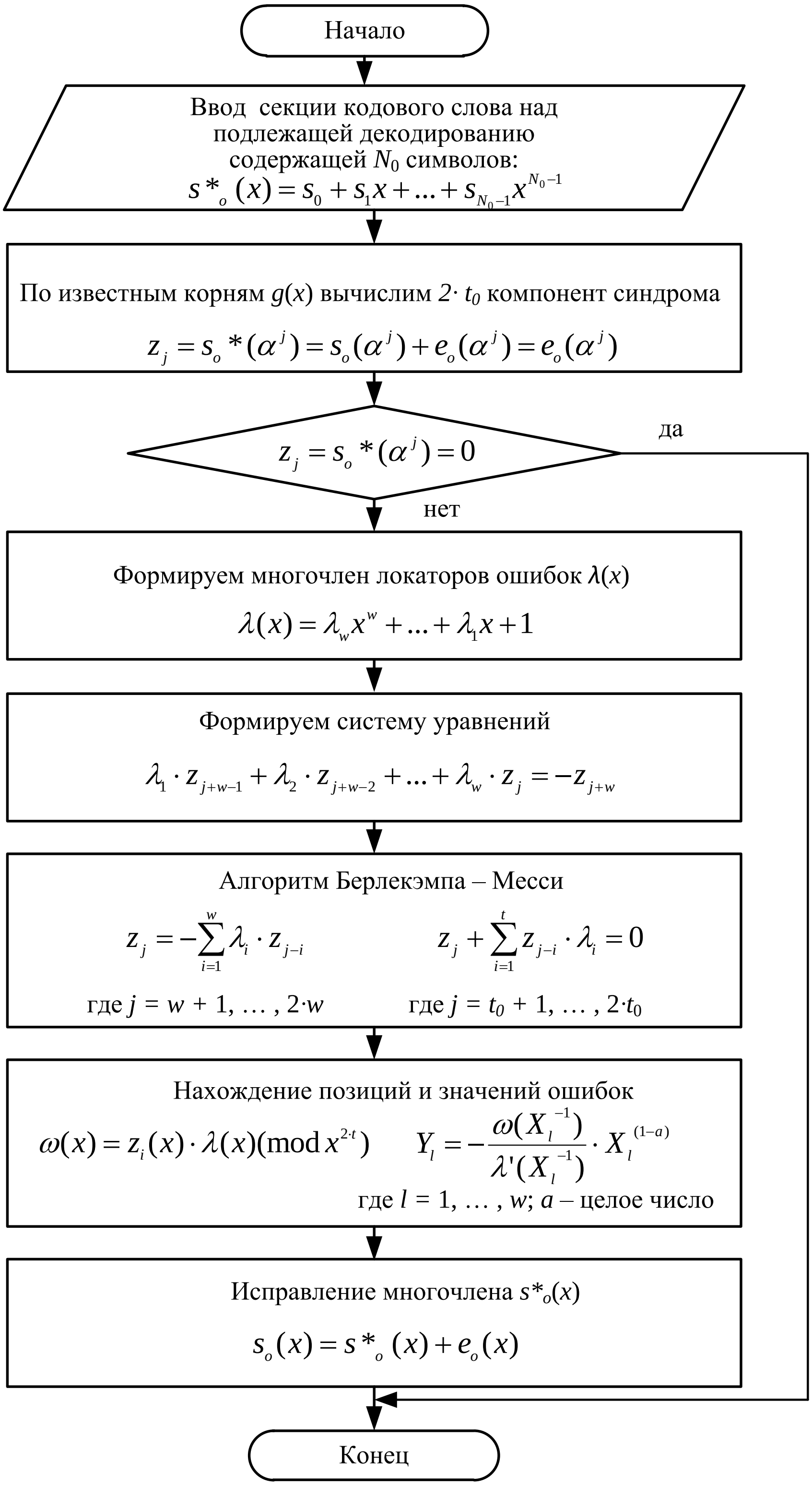

Рисунок 1 – Блок-схема алгоритма алгебраического декодирования сверточного (n, k)-кода

Описанный выше алгоритмы кодирования и декодирования алгебраического сверточного (n, k)-кода реализован в виде интегральной микросхемы, которая разработана на основе библиотеки ПАО Микрон HCMOS8D (технология КМДП с топологической нормой 180 нм, 6 металлов) (рисунок 2).

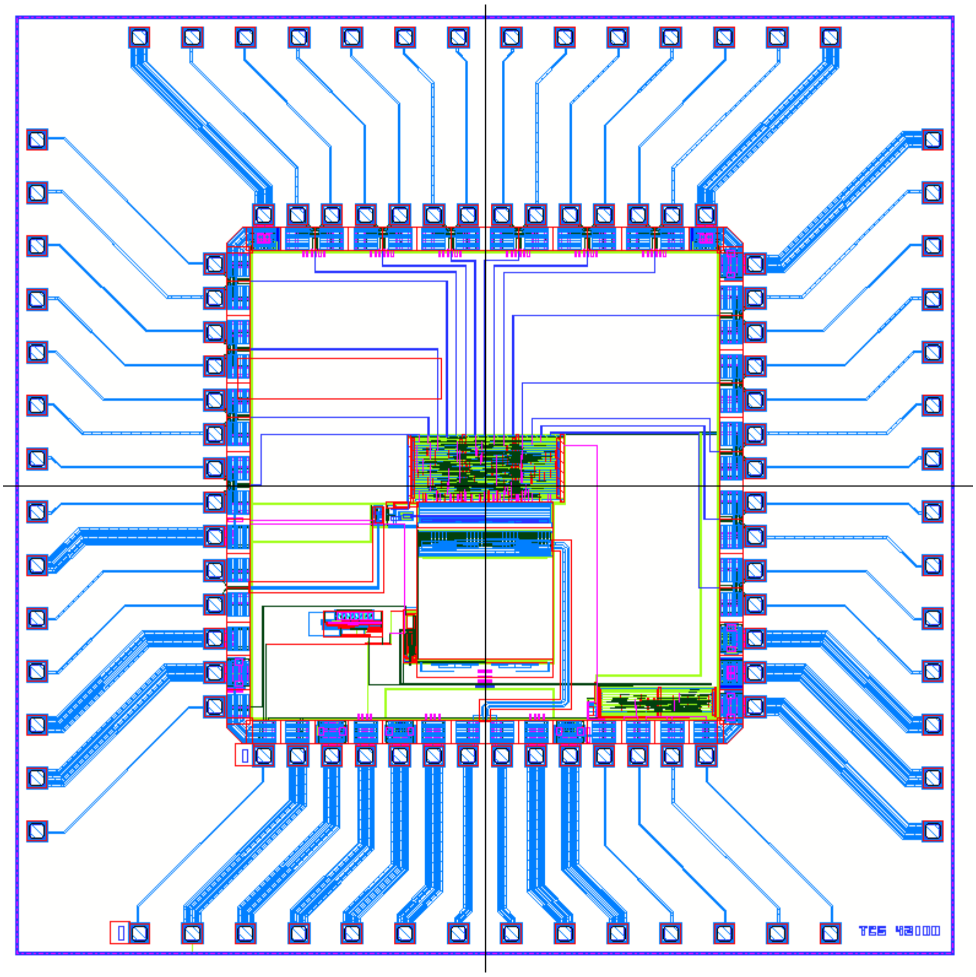

Рисунок 2 – Топология разработанной интегральной микросхемы кодека алгебраического сверточного (n, k)-кода

Основными параметрами интегральной микросхемы алгебраического сверточного (n, k)-кода являются: k = 1, 2, 3 (опционально); n = 4; m = 4; порождающий многочлен для недвоичной обработки символов над GF(2^4) $g(x) = \alpha^2x^4 + \alpha^4x^3 + \alpha^1x^2 + \alpha^4x + 1$; ν = 4; k_1 = 5, 10, 15; n_1 = 20; спектр скоростей кода R = 1/2, 2/3, 3/4; длина секции кодового слова N = 15; длина секции информационного слова K = 11, 9, 7, 5 (опционально); примитивный полином $p(x) = x^4+x^3+1$, глубина перемежителя I = 15 секций над GF(2^4). Микросхема в целом имеет следующие параметры: число контактов кристалла 52; размер 20 на 20 мкм; предельная частота работы до 250 МГц; потребление пиковое не более 200 мА. Декодер Витерби реализован с мягким входом, жестким выходом и 8 уровнями квантования входных символов.

Общее число базовых логических элементов представлен в таблице 1.

Таблица 1. Параметры микросхемы

Тип компонента	Количество
Триггеры	860
Базовые вентили	1540
Буфер тактовый	52
Буфер входной	22
Буфер выходной	18

Работа разработанной интегральной микросхемы кодека следующая. На вход кодера сверточного (n, k)-кода поступает информационная последовательность, подлежащая кодированию. Принято считать, что данная информационная последовательность имеет бесконечную длину.

Кодер сверточного (n, k)-кода обладает специфическим свойством хранения r последних кадров по k символов, поступивших на его вход. Следовательно, общее число символов информационной последовательности, хранящихся в кодере равно $r \cdot k$.

Тогда, за единицу времени на выходе кодера сверточного (n, k)-кода формируется (вычисляется) кадр кодового слова, который содержит n символов.

Формирование одного кадра кодового слова выполняется на основании r кадров информационных символов, хранящихся в кодере, и кадра информационных символов, поступившего на его вход.

В результате кодирования, на выходе кодера генерируется кодовое слово сверточного (n, k)-кода бесконечной длины, представленного последовательностью кадров кодового слова.

Для реализации кодирования символов из подполя используются управляющие входы, при подаче логического нуля на входы которых блок матричного перемежителя осуществляет переупорядочивание 4-битных символов по правилу «запись по строкам, чтение по столбцам», записывая символы в матрицу размером $N \times N$ и одновременно считывая символы из второй матрицы того же размера. Таким образом, для перемежителя требуется память размером $S = 15 \cdot 15 \cdot 4 \cdot 2$ бит плюс блоки дешифраторов шин адреса/чтения и арбитража доступа к памяти.

По результатам математического моделирования декодера алгебраического сверточного (n, k)-кода теоретический расчет значений отношения E_b/N_0 для вероятности битовой ошибки $q_{бит} = 10^{-3}$ соответствует значениям: 5,68 дБ при $R \approx 2/3$; 6,12 дБ при $R \approx 1/2$ и 6,91 дБ при $R \approx 1/3$. Теоретический расчет значений отношения E_b/N_0 для вероятности битовой ошибки $q_{бит} = 10^{-6}$ соответствует следующим значениям: 8,23 дБ при $R \approx 2/3$; 8,41 дБ при $R \approx 1/2$ и 9,18 дБ при $R \approx 1/3$.

Выводы

Разработанная интегральная микросхемы кодека алгебраического сверточного (n, k)-кода допускает как алгебраическое декодирование на длине секции кодового слова, так и декодирование по алгоритму Витерби, применяя метрики на основе мягких решений.

Проведено математическое моделирование реализованных алгоритмов и определены необходимые отношения E_b/N_0.

Список источников

1. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. – 829 с.

2. Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б. и др. Многостанционный доступ в системах связи пятого и последующих поколений // Электросвязь. 2022. № 5. С. 16-21. DOI: 10.34832/ELSV.2022.30.5.002

3. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. – М.: Советское радио, 1975. – 400 с.

4. Галлагер Р. Теория информации и надежная связь. – М.: Советское радио, 1974. – 720 с.

5. Казак П.Г., Шевцов В.А. Принципы построения энергоэффективной системы сотовой связи и беспроводного широкополосного доступа в Интернет для Арктики // Труды МАИ. 2021. № 118. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=158239. DOI: 10.34759/trd-2021-118-06

6. Богданов А.С., Шевцов В.А. Передача обслуживания по сигналам локальной радионавигационной сети // Труды МАИ. 2011. № 46. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=26041

7. Богданов А.С., Шевцов В.А. Выбор способа синхронизации в имитационной модели адаптивных алгоритмов определения местоположения и управления // Труды МАИ. 2015. № 84. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=63136

8. Бородин В.В., Петраков А.М., Шевцов В.А. Имитационная модель для исследования адаптивных сенсорных сетей // Труды МАИ. 2018. № 100. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=93398

9. Elias P. Error-free coding // IEEE transactions on information theory, 1954, vol. 4, no. 4, pp. 29-37. DOI: 10.1109/TIT.1954.1057464

10. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. – М.: Мир, 1986. – 576 с.

11. Витерби А.Д. Омура Дж. К. Принцип цифровой связи и кодирования. – М.: Радио и связь, 1982. – 536 с.

12. Johannesson R., Zigangirov K. Sh. Fundamentals of convolutional coding, New York, IEEE Pess, Inc, 1983, 428 p.

13. Вернер М. Основы кодирования. – М.: Техносфера, 2004. – 288 с.

14. Берлекэмп Э. Алгебраическая теория кодирования. – М.: Мир, 1971. – 477 с.

15. Блох Э.Л., Зяблов В.В. Обобщенные каскадные коды. – М.: Связь, 1976. – 240 с.

16. Блох Э.Л., Зяблов В.В. Линейные каскадные коды. – М.: Наука, 1982. – 229 с.

17. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.

18. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. – М.: Техносфера, 2005. – 320 с.

19. Крук Е.А., Овчинников А.А. Точная корректирующая способность кодов Гилберта при исправлении пакетов ошибок // Информационно-управляющие системы. 2016. № 1 (80). С. 80-87.

20. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. - М.: Мир, 1976. – 576 с.

21. Huffman W., Pless V. Fundamentals of error-correcting codes. Cambridge, Cambridge university press, 2003, 662 p.

22. Kabatiansky G., Krouk E., Semenov S. Error correcting coding and security for data networks: analysis of the superchannel concept, Chichester, John Wiley & Sons Ltd., 2005, 278 p.

23. Moreira J.C., Farrell P.G. Essentials of error-control coding, Chichester, John Wiley & Sons Ltd., 2006, 361 p.

References

1. Shennon K. *Raboty po teorii informatsii i kibernetike* (Works on information theory and cybernetics), Moscow, Izd-vo inostrannoi literatury, 1963, 829 p.

2. Bakulin M.G., Ben Rezheb T.B.K., Kreindelin V.B. et al. *Elektrosvyaz'*, 2022, no. 5, pp. 16-21. DOI: 10.34832/ELSV.2022.30.5.002

3. Fink L.M. *Teoriya peredachi diskretnykh soobshchenii* (Theory of discrete message transmission), Moscow, Sovetskoe radio, 1975, 400 p.

4. Gallager R. Teoriya informatsii i nadezhnaya svyaz' (Theory of information and reliable communications), Moscow, Sovetskoe radio, 1974, 720 p.

5. Kazak P.G., Shevtsov V.A. *Trudy MAI*, 2021, no. 118. URL: https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=158239. DOI: 10.34759/trd-2021-118-06

6. Bogdanov A.S., Shevtsov V.A. *Trudy MAI*, 2011, no. 46. URL: https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=26041

7. Bogdanov A.S., Shevtsov V.A. *Trudy MAI*, 2015, no. 84. URL: https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=63136

8. Borodin V.V., Petrakov A.M., Shevtsov V.A. *Trudy MAI*, 2018, no. 100. URL: https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=93398

9. Elias P. Error-free coding, *IEEE transactions on information theory*, 1954, vol. 4, no. 4, pp. 29-37. DOI: 10.1109/TIT.1954.1057464

10. Bleikhut R. *Teoriya i praktika kodov, kontroliruyushchikh oshibki*, (Theory and practice of error control codes), Moscow, Mir, 1986, 576 p.

11. Viterbi A.D. Omura Dzh. K. *Printsip tsifrovoi svyazi i kodirovaniya*, (Principles of digital communication and coding), Moscow, Radio i svyaz', 1982, 536 p.

12. Johannesson R., Zigangirov K. Sh. *Fundamentals of convolutional coding*, New York, IEEE Pess, Inc, 1983, 428 p.

13. Verner M. *Osnovy kodirovaniya*, (Essentials of coding), Moscow, Tekhnosfera, 2004, 288 p.

14. Berlekemp E. *Algebraicheskaya teoriya kodirovaniya*, (Algebraic Coding Theory), Moscow, Mir, 1971, 477 p.

15. Blokh E.L., Zyablov V.V. *Obobshchennye kaskadnye kody* (Generalized concatenated codes), Moscow, Svyaz', 1976, 240 p.

16. Blokh E.L., Zyablov V.V. *Lineinye kaskadnye kody* (Linear concatenated codes), Moscow, Nauka, 1982, 229 p.

17. Sklyar B. *Tsifrovaya svyaz'. Teoreticheskie osnovy i prakticheskoe primenenie* (Digital Communications: Fundamentals and Applications), Moscow, Izdatel'skii dom «Vil'yams», 2003, 1104 p.

18. Morelos-Saragosa R. *Iskusstvo pomekhoustoichivogo kodirovaniya. Metody, algoritmy, primenenie* (The Art of Error Correcting Coding), Moscow, Tekhnosfera, 2005, 320 p.

19. Kruk E.A., Ovchinnikov A.A. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy*, 2016, no. 1 (80), pp. 80-87.

20. Piterson U., Ueldon E. *Kody, ispravlyayushchie oshibki* (Error-correcting Codes), oscow, Mir, 1976, 576 p.

21. Huffman W., Pless V. *Fundamentals of error-correcting codes*, Cambridge, Cambridge university press, 2003, 662 p.

22. Kabatiansky G., Krouk E., Semenov S. *Error correcting coding and security for data networks: analysis of the superchannel concept*, Chichester, John Wiley & Sons Ltd., 2005, 278 p.

23. Moreira J.C., Farrell P.G. *Essentials of error-control coding*, Chichester, John Wiley & Sons Ltd., 2006, 361 p.

Статья поступила в редакцию 20.10.2023
Одобрена после рецензирования 31.10.2023
Принята к публикации 25.12.2023
The article was submitted on 20.10.2023; approved after reviewing on 31.10.2023; accepted for publication on 25.12.2023