### Унификация летательных аппаратов

#### В.Н. Гущин

Рассматривается проблема унификации в задачах проектирования ЛА, дается математическая формулировка постановок различных вариантов задачи унификации, обсуждается методика выбора оптимальных проектных параметров с помощью неопределенных множителей Лагранжа

#### 1. Проблема унификации в задачах проектирования ЛА

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОБЛЕМЫ. Перспективы развития ракет-носителей (РН) и транспортных космических систем (ТКС) с ракетными двигателями твердого топлива (РДТТ) находятся в тесной связи с экономическими, социальными и экологическими проблемами. Это один из основных факторов, который оказывает, и будет оказывать, существенное влияние на развитие РН и ТКС с РДТТ. Другим фактором является процесс нововведений в военном производстве, который определяется логикой развития военной техники и технологии, когда вопросы обороноспособности страны могут изменять расстановку приоритетов, когда вопросы эффективности вооружений окажутся важнее затрат на их разработку. Третьим фактором, определяющим перспективы развития РН и ТКС с РДТТ, является тот, что, имея сугубо военное назначение, крупногабаритные РДТТ развиваются по законам совершенствования стратегических наступательных вооружений, а, следовательно, и перспективы их применения РН и ТКС будут определяться их развитием в составе ракетных комплексов стратегического назначения. Именно успехи и достижения в этой области будут содействовать успешному продвижению на рынок РН, создаваемых на базе боевых ракетных комплексов. Четвертым фактором, определяющим развитие РН и ТКС с РДТТ, явится конверсия, если она будет официально признана необходимым условием улучшения экономической ситуации в России, а также решения многих проблем общенационального масштаба. Имеется в виду переориентация на нужды гражданского сектора экономики колоссального военно-экономического и интеллектуального потенциала. Здесь, прежде всего, следует учитывать, что РН и ТКС с РДТТ могут быть как гражданского, так и военного назначения.

Наиболее эффективным способом влияния на развитие РН и ТКС с РДТТ является разработка РДТТ двойного применения или, точнее, разработка РДТТ в составе управляемых баллистических ракет (УБР) с учетом того, что они (РДТТ) будут применяться и для РН и для ТКС. В этом случае осуществляется разработка РДТТ в составе УБР, но с учетом тех технических требований, которые предъявляются к РДТТ со стороны РН и ТКС. Тогда технические требования со стороны РН и

ТКС будут выступать в форме ограничений. Другим способом получить РДТТ, подлежащий модификации для его применения в составе РН и ТКС, является уменьшение степени унификации (увеличение степени новизны проекта) с целью получить инструмент для последующей модификации.

Таким образом, успешное развитие РН и ТКС с РДТТ напрямую связано с уменьшением степени унификации при разработке БР с РДТТ, что может компенсировать снижение эффективности за счет расширения возможностей РДТТ для их последующего применения в составе РН и ТКС. Действительно, как показывают предварительные исследования [1], увеличение степени унификации существенно снижает затраты на разработку с одновременным уменьшением показателя качества. При этом также уменьшается время разработки. Возможность модификации РДТТ для их последующего применения в составе РН и ТКС закладывается на этапе разработки РДТТ в составе БР путем увеличения степени новизны проекта (уменьшения показателя унификации). При этом снижения эффективности не происходит.

С другой стороны, при одновременном введении при разработке УБР дополнительных ограничений на параметры РДТТ, связанные с возможностью применения РДТТ с минимальными доработками в составе РН и ТКС, позволяет получить РДТТ двойного применения без снижения их эффективности. Причем, те затраты, которые в этом случае будут дополнительно сделаны при разработке УБР могут окупиться при использовании РДТТ для РН и ТКС.

НЕКОТОРЫЕ ТЕНДЕНЦИИ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ СТС. Усложнение разрабатываемой техники вызывает увеличение времени и затрат на ее создание, что вступает в противоречие с требованиями, предъявляемыми Заказчиком по этим критериям. Для сокращения сроков и затрат на разработку, освоение в производстве, испытания и эксплуатацию техники целесообразно применение унификации. Унификация создает условия для обеспечения высокого качества изделий в широком смысле этого понятия и взаимозаменяемости их составных частей, для использования положительного опыта разработки и отработки наиболее удачных схемно-конструкторских решений и элементов конструкции, методов расчета и технологических процессов.

Космическая деятельность государства приносит громадный социально экономический эффект, который проявляется, прежде всего, в таких жизненно важных областях, как связь и информатизация (на государственном и региональном уровнях). Так, космическая связь в 5-6 раз дешевле традиционной, кабельной. Для стран, имеющих большую территорию, спутниковые системы в настоящее время являются единственным приемлемым средством организации связи, теле- и радиовещания.

Спутниковые системы связи представляют собой развитие принципа радиорелейных линий. Роль ретрансляторов выполняет станция, размещаемая на ИСЗ. Современные технические средства позволяют сформировать узкий пучок излучения для концентрации его на ограниченной пло-

щади. Принципиальной особенностью систем спутниковой телефонной связи является многостанционный доступ — это такой метод передачи сигналов, при котором сигналы от нескольких различных наземных станций принимаются и ретранслируются общим приемно-передающим стволом бортовой радиоретрансляционной станции. Многостанционный доступ применяется потому, что обычно невозможно и нецелесообразно разместить на ИСЗ столько стволов-ретрансляторов, чтобы сигнал каждой наземной станции усиливался отдельным стволом.

Развитие спутниковых систем определило большую гамму разработанных и разрабатываемых ИСЗ.

Некоторые данные по зарубежным космическим проектам ИСЗ связи и телевещания представлены в табл. 1.

Из табл. 2 видно, что потребляемая энергетическая мощность бортовой аппаратуры соизмерима с энергетической мощностью целевой аппаратуры. Из бортовой аппаратуры наиболее энергоемки такие служебные системы, как система энергопитания и система ориентации и стабилизации. В дополнение мы включаем в рассмотрение из бортовых систем систему терморегулирования, а также рассматриваем корпус ИСЗ. Для этих наиболее энергоемких и существенных по массе систем рассматриваем задачу унификации с целью снижения затрат при разработке нового ИСЗ.

Применение унификации имеет ряд преимуществ, проявляющихся на всех стадиях жизненного цикла изделия в сокращении времени и средств, вследствие исключения необходимости

- на стадии НИР, проведения исследований по созданию новых схемно-конструкторских решений, методов расчета, материалов и технологии;
- на стадии опытно-конструкторских работ, разработки текстовой и графической конструкторской документации; проведения большого объема расчетных работ; разработки и изготовления технологической оснастки, инструмента, приспособлений; разработки новых материалов; проведения стендовых и агрегатных испытаний элементов конструкции в полном объеме (ограничиваясь меньшим объемом испытаний, а для ряда элементов некоторых видов испытаний, используя опыт предыдущей отработки); изготовления соответствующей материальной части;
- на стадии производства освоения серийного производства, дополнительного обучения рабочих.

В процессе серийного производства унифицированных изделий повышается коэффициент использования материала, имеют место специализация производства и снижение себестоимости продукции.

## Некоторые данные по зарубежным космическим проектам ИСЗ связи и телевещания

Характеристики ИСЗ	Intelsat-5a	Intelsat-6	Intelsat-7	Inmarsat-2	Inmarsat-3	TV-SAT	Astra-1A	HS-601
Пропускная способность целевой аппара-	15300	122500	9250	250 (3)	1000	(4)	(16)	(42)
туры, тлф. (Каналов, стволов)		(36)						
Выделенная полоса частот, МГц	1896	1948	1896	72	108	216	500	-
Суммарная полоса частот, МГц	2250	3300	2432	-	-	-	832	-
Масса ИСЗ, кг	1142	4170	3610	860	1100	1025	1820	780
Масса целевой аппаратуры, кг	290	662	446	130	190	220	190	-
Энергетическая мощность ИСЗ, вт	1 435	2 252	3 968	-	2800	4 500	3 600	-
Энергетическая мощность целевой аппа-								
ратуры, вт	978	1531	2580	1200	2 300	2 500	2 000	1300
Энергетическая мощность бортовой								
аппаратуры, вт	457	721	1388	-	-	2 000	1 600	-
Суммарная энергетическая интенсив-								
ность излучаемой мощности, ДБ*вт	45,1	48,7	51,5	39,2	54,2	65,8	52	37-45
Срок активного существования, лет	7	13	15	10	13	9	10	15

Зависимость энергетической мощности СОС, СТР и других служебных систем от энергетической мощности целевой аппаратуры (по зарубежным ИСЗ связи и телевещания) [2].

Название	Характеристики				
спутника	Масса ИСЗ, кг	Энергетическая мощность ИСЗ,	Энергетическая мощность целе-	Срок активно-	
		вт	вой аппаратуры,	ния, лет	
	***		BT		
Italsat-f1	952***)	1690	1171	5	
Inmarsat-3	$1100^{*)}$	2800	1670	13	
TV-SAT	1025	4500	2500	9	
Astra-1A	1820	3600	2000	10	
Hotbird-2	1150***)	5600	4250	14	
Hotbird-3	2700****)	5600	4900	14	
Intelsat-5A	902***)	1453	978	7	
Intelsat-6	1900***)	2252	1531	13	
Intelsat-7	1470***)	3851	2670	15	
Intelsat-7A	1823***)	5326	3612	15	
*) – на орбите;	***) – сухая масса; **	***) – масса при запус	ке.		

На стадии эксплуатации преимущества унификации зависят от типа разрабатываемого изделия и выражаются, например, в упрощении его ремонта, сокращении затрат на хранение, а также в увеличении времени межремонтного периода.

Таким образом, при унификации есть все условия для использования в новых разработках максимально возможного числа отработанных на предыдущих изделиях узлов и агрегатов, проектных и схемно-конструкторских решений. При этом снижается вероятность появления ошибок, имеющих место при разработке принципиально нового изделия, а, следовательно, не расходуются дополнительно время и средства на внесение изменений в конструкторскую документацию, доработку конструкции, изготовление материальной части.

Вместе с тем необоснованное применение унификации может привести к снижению технического уровня изделий.

Определенный уровень унификации обеспечивается на основе существующего проектно-компоновочного и конструкторско-технологического задела, а также сложившейся практики кооперации предприятий-смежников.

Таким образом, проблема унификации в настоящее время становится одной из главных проблем при разработке УБР, РН и ТКС, работающих на твердом топливе. Унификация, т.е. использование в новом проекте технологических, конструкторских и проектных разработок, примененных на предыдущих образцах, позволяет существенно сократить сроки создания образцов

новой техники с одновременным уменьшением затрат (материальных, людских и финансовых), а также повышением надежности функционирования. Унификация повышает вероятность реализации проекта.

КОНВЕРСИЯ И РАЗВИТИЕ РН НА БАЗЕ УБР. Повышенный интерес к унификации связывается и с решением проблемы конверсии. Постоянное сокращение стратегических наступательных вооружений (в частности Договор СНВ-2) позволяет использовать элементы ракет для создания РН и ТКС.

#### 2. Постановка задачи унификации.

СУЩНОСТЬ ЗАДАЧИ УНИФИКАЦИИ. Разработка ЛА представляет собой сложный, трудоемкий и длительный процесс, который начинается раньше, чем появляется техническое задание, и заканчивается после снятия образца с эксплуатации. Ни одна СТС, какой является современная РН или ИСЗ, не разрабатывалась, не разрабатывается и, по-видимому, не будет разрабатываться с нуля, на голом месте. Имеется в виду, что для создания нового изделия необходимо иметь научно-технический задел в виде предшествующих разработок. Другими словами, весь опыт мирового ракетостроения свидетельствует о том, что развитие технических систем происходит путем совершенствования (эволюции) так, что переход от модели к модели осуществляется путем замены части, а не всей совокупности элементов.

Рассмотрим несколько примеров.

Когда Вернер фон Браун приступил к созданию ФАУ-2, он собрал специалистов из различных областей техники. Большое беспокойство у него вызывала разработка насоса высокой производительности. Оказалось, однако, что такой насос уже разработан, - им пользуются пожарные, - и требуется лишь произвести замену материалов на стойкие к применяемым компонентам топлива и обеспечить повышенную герметичность.

Другой пример относится к американской технике. Когда была поставлена задача разработки носителя «Сатурн-1», выводящего полезную нагрузку массой 10 т на низкую круговую орбиту вокруг Земли, то для топливного отсека первой ступени была принята «сосисочная» схема, т.е. используя технологическое оборудование для изготовления баков УБР «Тор» и «Юпитер», можно было быстро изготовить топливный отсек из набора топливных баков. Хотя такая схема, по сравнению с моноблочной конструкцией, и является менее совершенной с точки зрения минимальной массы, но это существенно сокращало время разработки. Была начата разработка двигателя Н-1 с тягой 6,8 МН, но сроки заставили поставить восемь двигателей, уже применявшихся на других ракетах. Впоследствии разработанная вновь вторая ступень стала третьей ступенью на носителе «Сатурн-5», а пять двигателей Н-1 применены на первой ступени новой ракеты.

И, наконец, еще один пример - система «Шаттл». Это, казалось бы, принципиально новый ЛА, но... идея твердотопливных ускорителей была взята с носителя «Титан-3С», а конструкция топливного подвесного бака аналогична конструкции бака первой ступени «Сатурна-5». Новым элементом, казалось бы, является орбитальный самолет, но и его разработке предшествовали многочисленные эксперименты по программе «Дайна Сор».

Итак, ни одна разработка ЛА не является исключительно новой, а содержит определенное количество элементов, уже прошедших апробацию на предыдущих образцах.

Это заимствование предыдущих разработок связано с понятием унификации.

Если имеется в виду конструкторская унификация, то такое заимствование может заключаться и в использовании одинаковых или почти одинаковых элементов в пределах данного проекта. Блестящим примером является отечественная разработка, когда для двухступенчатой твердотопливной баллистической ракеты «Темп-С» (СС-12) были применены одинаковые двигатели: разрабатывать и отрабатывать два двигателя или один - это не одно и то же. Ясно, что при этом можно получить весьма значительный выигрыш и в экономии времени и в сокращении затрат: и людских, и материальных, и финансовых.

Помимо такого конструкторского заимствования, т.е. конструкторской унификации, можно рассматривать проектную унификацию, когда заимствуется проектная, а не конструкторская идея, например, применение турбонасосной системы подачи компонентов топлива в камеру сгорания, применение перекиси водорода для производства парогаза на борту РН, применение одной и той же формы твердотопливного наполнителя, применение качающегося сопла и т.п. Масса, габариты и даже детальное конструкторское исполнение могут различаться, но основная проектная идея сохраняется и переходит от модели к модели.

Можно еще упомянуть и о технологической унификации, когда технология остается в основном неизменной, а модели меняются.

Подводя предварительный итог, отметим, что проблемой является определение допустимого или требуемого уровня унификации.

ПАРАМЕТР УНИФИКАЦИИ. В связи с таким подходом к постановке проектной задачи с учетом унификации возникает необходимость во введении параметра или в общем случае параметров унификации, т.е. в выборе или определении таких параметров, к которым были бы «чувствительны» и качество РН, и затраты, и, если возможно, время разработки. Другими словами, необходимо найти количественную меру унификации. Итак, параметр унификации должен быть таким, чтобы к нему были «чувствительны» те критерии, по которым можно судить о целесообразном уровне унификации. Учитывая, что масса элемента является определяющей для целого ряда ЛА (РН, ИСЗ), а также тот факт, что многие критерии качества и затраты тем или иным образом зависят от массы, то параметром унификации предлагается считать относительную массу унифицированных элементов.

КРИТЕРИИ ПРИ УНИФИКАЦИИ. Перед выбором критерия, необходимо прежде всего выяснить: унификация - это хорошо или плохо? Вынуждены ли мы идти на унификацию, поскольку она неизбежна, или это - способ реализовать наилучший во всех отношениях проект?

При решении вопроса о проектировании ЛА (РН, ИСЗ) с учетом унификации следует рассмотреть три критерия: качество ЛА, затраты на разработку ЛА, время разработки.

КАЧЕСТВО ЛА. Можно много рассуждать о качестве ЛА, но мы будем определять качество максимально достижимым (при рассматриваемом уровне технологии) значением относительной массы полезного груза, который доставляет (РН) или несет на борту (ИСЗ). Понятно, что сравниваемые ЛА должны быть однотипными и отвечать одинаковым требованиям по характеру выполняемых задач, высоте орбиты и т.д. Однотипность подразумевает сравнение ЛА, имеющих одинаковое целевое назначение, а для РН и одинаковое агрегатное состояние применяемого топлива. Ясно, что тот аппарат, у которого относительная масса полезного груза (т.е. отношение массы полезной нагрузки к начальной массе РН, или отношение целевой нагрузки к массе ИСЗ) больше, будет иметь меньшую начальную массу при заданной массе полезного груза, а следовательно, меньшую материалоемкость как самого ЛА, так и устройств его обслуживающих: транспортных, стартовых, технологических. При заданной стартовой массе такой аппарат будет выводить большую массу полезного груза (РН) или иметь большую массу целевой нагрузки (ИСЗ).

Как же влияет унификация на этот показатель качества, на этот критерий? Отрицательно, т.е. чем выше уровень унификации (мы пока не говорим о количественном ее выражении), чем больше использовано «старых» элементов, тем хуже будет этот показатель. Можно сказать, что с точки зрения качества наилучшим будет тот ЛА, в котором все элементы разрабатываются заново, на современном уровне технологии, с использованием новых материалов и при высоком уровне проектирования, а наихудшим тот, в котором все элементы (или максимальное их количество) являются заимствованными. Если бы этот критерий оценки был единственным, то не было бы пред-

мета исследования, однако есть другие показатели, влияние унификации на которые отличается от ее влияния на качество. Рассмотрим эти критерии.

ЗАТРАТЫ НА РАЗРАБОТКУ. Известно, что затраты на разработку современных ЛА исчисляются миллионами долларов (затраты только на выведение ИСЗ на орбиту представлены в табл. 3). Производимые затраты - это затраты на НИОКР, затраты в серийном производстве и затраты в эксплуатации. Для ИСЗ к этим затратам добавляются затраты на выведение. Учет всех затрат - достаточно сложное дело. Мы не будем рассматривать затраты в эксплуатации, хотя бы потому, что они мало «чувствительны» к унификации (не вообще, а при рассмотрении одной и той же ракеты, одного и того же ИСЗ, но с различной степенью унификации). Унификация влияет на первые две составляющие затрат: затраты на НИОКР и затраты в серийном производстве. Ясно, что при заимствовании элементов для них не надо проводить НИР, разработку конструкторской документации, испытания и отработку систем в автономном варианте. Таким образом, затраты на НИОКР снижаются. По-видимому, при отработке в сборе унифицированных и неунифицированных элементов и эта фаза разработки будет дешевле, чем тогда, когда все эти составляющие являются новыми. Вторая составляющая затрат, т.е. затраты в серийном производстве, более сложным образом реагирует на унификацию. С одной стороны, изготовление уже отработанных с точки зрения производства элементов обходится дешевле, но, с другой стороны, надо учитывать следующее. Отечественные и зарубежные модели затрат в серийном производстве, в связи со сложностью их расчета, используют массу в качестве основного параметра. Другими словами, затраты в серийном производстве напрямую связаны с массой. Поэтому, когда мы учитываем эту другую сторону затрат в серийном производстве, то, поскольку масса унифицированных элементов больше, чем неунифицированных, затраты в серийном производстве также будут больше. Эта двойственность свойства затрат позволяет говорить о том, что должен существовать некоторый оптимальный по затратам уровень унификации, отвечающий минимуму затрат.

При проектировании ИСЗ необходимо иметь ввиду, что масса аппарата в целом влияет на затраты на выведение ИСЗ на орбиту. В табл. 3 представлены ориентировочные значения стоимости выведения на геостационарную орбиту в зависимости от массы ИСЗ [3].

ВРЕМЯ РАЗРАБОТКИ. Это важный критерий. И степень, в которой время определяет вероятность реализации проекта, обусловливает сложность формализации задачи. Нам неизвестны более или менее практичные модели, которые связывали бы время разработки с параметрами ЛА Легко представить себе, что отказ от разработки новых элементов позволяет существенно сократить время создания ЛА. Вот почему конструкторы интуитивно стремятся использовать весь прошлый опыт в новых разработках и вот почему проекты, содержащие необоснованно много новых элементов, нередко оказывались нереализованными.

Таким образом, при разработке ЛА (РН и ИСЗ) возникает задача определения оптимального или рационального уровня унификации. Это задача новая, и даже новейшая, в проектировании ЛА, потому что в подавляющем большинстве исследований в области проектирования ракет и ИСЗ (а точнее, при выборе их проектных параметров) совершенно игнорируется тот факт, что практически ни один ЛА, каким бы новым он ни был, не разрабатывается без учета достигнутого научно-технического уровня в области создания ЛА, опыта проектно-компоновочных и конструкторско-технологических решений. При выборе проектных параметров, - типовой задаче науки проектирования, прошлый опыт присутствует лишь в конструкторских статистических коэффициентах, а унификация не учитывается, т.е. не учитывается возможность и вероятность использования унифицированных элементов.

Таблица 3 Ориентировочные значения стоимости выведения на геостационарную орбиту в зависимости от массы ИСЗ [3]

	Масса полезного	Стоимость	Относительная стои-
Название носителя	груза на геоста-	выведения,	мость выведения,
	ционаре, кг	млн. долл.	тыс. долл./кг
SPACE SHUTTLE/PAM-D	545	21,5	39,45
EAGLE-S2/PBV	725	30,0	41,38
DELTA 3920/PAM-D	726	29,7	40,91
SPACE SHUTTLE/PAM-A	1000	40,0	40,00
PROTON	26004500	3575	13,516,7
ATLAS/CENTAUR	1226	65,0	53,02
EAGLE-S2/USTM	1360	30,0	22,06
ARIANE-40	1400	68,0	48,57
ATLAS-2	1820	6080	33,044,0
TITAN-34D/IVS	1860	140,0	75,2
ATLAS-2A	1980	70,0	35,35
ZENIT-3SL	2100	85,0	40,48
LONG MARCH	5502250	2055	36,424,4
H-2	2200	190,0	86,36
ATLAS-2AS	2250	70,0	31,11
SPACE SHUTTLE/IVS	2270	126,0	55,51
ARIANE-44L	2500	115,0	46,0
TITAN-42	4540	350,0	77,09
SPACE SHUTTLE/CENTAUR	5448	167,0	30,65

ВАРИАНТЫ ПОСТАНОВОК ЗАДАЧ УНИФИКАЦИИ. Если мы располагаем математической моделью затрат на разработку ЛА, в которой затраты прямо зависят от массы составляющих элементов; моделью масс, показывающей связь между исходными данными; характеров решаемых с помощью РН задач; массовой сводкой и массой РН в целом (естественно, с учетом уровня надежности, эффективности и качества составляющих элементов, например, твердотопливного наполнителя); ма-

тематической моделью, связывающей показатель качества ЛА с массой в целом и массой отдельных элементов, то можно поставить следующие задачи (рис. 1).

ПЕРВАЯ ЗАДАЧА УНИФИКАЦИИ. Найти оптимальный уровень унификации  $K_{yn}^{onm}$  ЛА, минимизирующий затраты на разработку  $C_{\Sigma}$  ЛА при показателе качества ЛА не меньше заданного, т.е.

найти  $C_{\Sigma}^* = \inf_{\{K_{yn}\}} C_{\Sigma}$  при  $\mu_{\Pi H} = \frac{m_{\Pi H}}{m_0} \geq \mu_{\Pi H}^{\partial on.}$ , где  $\mu_{\Pi H}$  - показатель качества ракеты, относительная масса полезной нагрузки;  $\mu_{\Pi H}^{\partial on.}$  - минимально допустимое значение показателя качества ракеты. Знак inf означает минимальное значение  $C_{\Sigma}$  при дискретных значениях параметра  $K_{yn}^{onm}$ .

График на рис. 1 иллюстрирует зависимость качества ЛА от уровня унификации. Это график качественный, и он показывает, что при увеличении степени унификации качество падает. Точка 1 дает максимальное значение  $\mu_{\Pi H}$  при условии, что все элементы ЛА разработаны заново  $(K_{yy} = 0)$ , т.е. это «идеальный» вариант ЛА. В этом случае мы имеем максимально достижимую величину качества ЛА при прочих равных условиях. Точка 2 показывает значение качества при максимальном значении уровня унификации  $(K_{yn} = 1)$ . Хотя в общем случае максимальный уровень унификации  $K_{yH}=1$  маловероятен, т.к. возникает сомнение в возможности такого ЛА отвечать задаваемым тактико-техническим требованиям. Введение ограничения по  $\mu_{\it \Pi H}$ , т.е. задание  $\mu_{\it \Pi H}^{\it don.}$  - минимально допустимого значения показателя качества ограничивает степень унификации верхним его значением  $K_{vH}^{\max}$  (точка 3). Таким образом, горизонтальная линия ограничивает область возможных решений верхней полуплоскостью. На рис. 1 показана также качественная зависимость затрат на разработку ЛА  $C_{\Sigma}$  в функции показателя унификации  $K_{\scriptscriptstyle \mathcal{Y}^{\scriptscriptstyle H}}$  . Как видно из графика, суммарные затраты с увеличением степени унификации в начале падают, а затем растут, причины чего объясняются увеличением массы ЛА и, следовательно, увеличением стоимости. Точка 4 на графике соответствует максимальным затратам на разработку принципиально нового ЛА  $(K_{yu} = 0)$ . Точка 5 - затратам на разработку полностью или почти унифицированного ЛА. Введение ограничения по  $\mu_{\Pi H}$  сужает область поиска, как это показано точкой 6, соответствующей максимальному значению  $K_{vH}^{\max}$  с предыдущего графика. Точка 7 показывает минимальное значение затрат, которое требуется найти путем вариации  $K_{yh}$ . По мере увеличения  $K_{yh}$ , двигаясь от точки 4 будет иметь место уменьшение затрат за счет сокращения объема конструкторской работы и экспериментальной отработки. Однако при дальнейшем увеличении  $K_{yh}$ , начиная с некоторого значения наблюдается рост затрат, что связано с возрастанием составляющей стоимости, а именно затрат в серийном производстве, которые прямо зависят от массы элементов

ЛА и в целом для ЛА из-за роста массы каждого отдельного унифицированного элемента наблюдается возрастание затрат. Используя найденное ранее граничное значение  $K_{yn}^{\max}$  из предыдущего графика, строим границу и таким образом находим точку 6 и область возможных решений, лежащую слева от границы. На рис. 1 показано также оптимальное значение  $K_{yn}^{onm}$ , обеспечивающее минимальное значение  $\mathcal{C}_{\Sigma}^{*}$  и соответствующее ему оптимальное значение  $\mu_{IIH}^{opt}$ . Возможно, что оптимальное решение будет лежать на границе. Это зависит от конкретных условий и значения  $\mu_{IIH}^{oon}$ . При анализе конкретных проектов это устанавливается путем пробного счета на ЭВМ.

вторая задача унификации. Найти оптимальный уровень унификации  $K_{y_H}^{onm}$ , максимизирующий качество ракеты  $\mu_{n_H}$ , при затратах на разработку, не превышающих заданные  $C_{\Sigma}^{\partial on}$ , т.е. найти  $\mu_{\Pi H}^* = \sup_{\{K_{u_n}\}} \mu_{\Pi H}$  при  $C_{\Sigma} \leq C_{\Sigma}^{\partial on}$ .

Эта задача является обратной 1-й задаче унификации, рассмотренной ранее. Вернемся снова к зависимости затрат от уровня унификации, - рис. 2. При заданном (допускаемом) уровне затрат  $C_{\Sigma}^{oon}$  появляются две точки: 8 и 9 пересечения графика с горизонтальной прямой, соответствующей этому уровню: точка 8, которая дает минимально допустимый уровень унификации  $K_{yu}^{min}$ , при котором затраты не превышают заданные. Ниже этого уровня опускаться нельзя. Эта величина фактически диктует образ базового, или начального варианта ЛА, которым закладывается семейство впоследствии модернизируемых и модифицируемых ЛА, т.е. начало перехода от проекта к проекту с сохранением наиболее удачных проектно-компоновочных и конструкторско-технологических решений.

Когда мы от качественных графиков перейдем к конкретным математическим моделям и исходным данным, соответствующим определенному типу ракеты, то будет видно, что всегда существует минимальный уровень унификации, не равный нулю, т.е. даже для базового варианта существует определенный уровень унификации. Другими словами, «идеальный» вариант ракеты, т.е. вариант высшего качества тоже содержит заимствованные элементы.

Точка 9 соответствует максимально допустимому уровню унификации  $K_{yn}^{\max}$ , начиная с которого дальнейшее увеличение степени унификации приводит к увеличению затрат. Таким образом, оптимальное решение лежит в пределах от  $K_{yn1} = K_{yn}^{\max}$  до  $K_{yn2} = K_{yn}^{\max}$ . Такое исследование, проведенное предварительно, позволяет ограничить количество возможных решений, а также ускорить и упростить нахождение оптимального варианта.

Переходя к графику качества, находим две точки: точка 11 соответствует максимально допустимому качеству, а точка 12 - минимальному при заданном уровне затрат.

Как и в случае предыдущей задачи, возможно оптимальное решение на границе.

Если в распоряжении исследователя в дополнение к трем моделям связи имеется также модель, описывающая зависимость сроков разработки от уровня унификации, то можно сформулировать (поставить) еще три задачи.

ТРЕТЬЯ ЗАДАЧА УНИФИКАЦИИ. Найти оптимальный уровень унификации  $K_{yn}^{onm}$ , минимизирующий затраты на разработку  $C_{\Sigma}$  при качестве ракеты, не меньше заданного  $\mu_{nn}^{\partial on}$  и сроках раз-

работки, не выше допустимых 
$$T^{\partial on}$$
 , т.е. найти  $C_{\Sigma}^* = \inf_{\left\{K_{yu}\right\}} C_{\Sigma}$  при и  $\mu_{\Pi H} = \frac{m_{\Pi H}}{m_0} \geq \mu_{\Pi H}^{oon}$  .

Дополнительные ограничения сужают область возможных решений и упрощают процедуру нахождения оптимального решения.

ЧЕТВЕРТАЯ ЗАДАЧА УНИФИКАЦИИ. Найти оптимальный уровень унификации  $K_{y_n}^{onm}$ , максимизирующий качество ракеты  $\mu_{nn}$ , при затратах на разработку, не превышающих заданные  $C_{\Sigma}^{\partial on}$ , и сроках разработки не выше допустимых  $T^{\partial on}$ , т.е. найти  $\mu_{\Pi H}^* = \sup_{\left[K_{y_n}\right]} \mu_{\Pi H}$  при  $C_{\Sigma} \leq C_{\Sigma}^{\partial on}$ . и  $T \leq T^{\partial on}$ .

ПЯТАЯ ЗАДАЧА УНИФИКАЦИИ. Найти оптимальный уровень унификации  $K_{yn}^{onm}$ , минимизирующий сроки разработки T при затратах на разработку, не превышающих заданные  $C_{\Sigma}^{oon}$ , и ка-

честве РН, не ниже 
$$\mu_{n_H}^{\partial on}$$
 , т.е. найти  $T^* = \inf_{\{K_{y_n}\}} T$  при  $C_{\Sigma} \leq C_{\Sigma}^{\partial on}$  и  $\mu_{\Pi H} = \frac{m_{\Pi H}}{m_0} \geq \mu_{\Pi H}^{\partial on}$  .

Если минимальное значение  $K_{ym.}^{\min}=K_{ym1}$  соответствует базовому варианту, то  $K_{ym.}^{\max}=K_{ym2}$  практически отвечает последнему модернизированному варианту, после которого осуществляется переход к принципиально новому варианту, и развитие ракеты повторяется от  $K_{ym1}$  к  $K_{ym2}$ , но уже на новом качественном уровне и возможно при новых значениях  $K_{ym1}$  и  $K_{ym2}$ .

# 3. Методика выбора оптимальных проектных параметров с помощью неопределенных множителей Лагранжа

Привлекательность метода неопределенных множителей Лагранжа для решения проектных задач заключается в том, что решение проектной задачи, определяемой как задача с ограничениями, сводится к нахождению функции без ограничений, но с дополнительными неизвестными, известными как неопределенные множители Лагранжа, число которых зависит от количества урав-

нений связи, трактуемых как ограничения. Для решения задач оптимизации применяют целый ряд методов:

- методы исследования функций классического анализа;
- метод неопределенных множителей Лагранжа;
- вариационное исчисление;
- принцип максимума Л.С. Понтрягина;
- динамическое программирование Р. Беллмана;
- линейное программирование;
- нелинейное программирование и ряд других.

Метод неопределенных множителей Лагранжа применяется для решения задач с аналитическим выражением для критерия оптимальности и при наличии ограничений на независимые переменные типа равенств. Для получения аналитического решения требуется, чтобы ограничения имели аналитический вид. Применение неопределенных множителей Лагранжа позволяет свести задачу оптимизации с ограничениями к задаче, решаемой методами исследования функций классического анализа. В этом случае порядок системы уравнений, решаемой для нахождения экстремума критерия оптимизации, повышается на число ограничений. Применение метода эффективно при количестве переменных три и менее. Метод используется и при количестве переменных более трех, если процесс описывается конечными уравнениями.

Пусть требуется найти экстремум функции  $\mu(a_i)$ , i=1,...,n, которая зависит от п переменных, связанных в свою очередь отношениями  $\psi_k(a_i)=0, k=1,...,m$ . Достигаемый функцией  $\mu(a_i)$  экстремум с учетом выполнения условий  $\psi_k(a_i)$  называется относительным, или условным. Если же число переменных равно числу соотношений (m=n), то искомые неизвестные находятся решением системы уравнений, описываемых соотношениями  $\psi_k(a_i)=0$ . Решение задачи оптимизации сводится к проверке найденным таким способом значений переменных на функции  $\mu(a_i)$ . Таким образом, экстремальную задачу можно решить простым перебором переменных, удовлетворяющих условиям  $\psi_k(a_i)=0$ .

Если m < n, то можно из уравнений связи найти зависимость m переменных  $a_i$  от n-m остальных переменных, т.е.  $a_k = f_k(a_1,...,a_{n-m}), k = (n-m)+1,...n$ .

Функцию  $\widetilde{\mu}(a_i)$ , i=1,...,n-m можно получить подстановкой полученных переменных в функцию  $\mu(a_i)$ . Тогда  $\widetilde{\mu}(a_i)$  будет зависеть только от n-m переменных, не связанных дополнительными условиями. Следовательно, снимая ограничения удается и уменьшить размерность исходной задачи оптимизации. Часто аналитически таким способом задачу решить не удается.

Поэтому для решения задач отыскания экстремума функции  $\mu$  многих переменных обычно используется метод неопределенных множителей Лагранжа.

Найти 
$$\mu^* = extr\mu(a_i)$$
 при  $\psi_k(a_i) = 0$  , 
$$\{a_i\}$$

При введении k новых переменных  $\lambda_k$ , носящих название неопределенных множителей Лагранжа появляется возможность ввести новую функцию

$$F = \mu(a_i) + \sum_{k=1}^m \lambda_k \cdot \psi_k(a_i) ,$$

т.е. функцию m+n переменных, в которую ограничения, накладываемые системой функций  $\psi_k(a_i)=0$  входят как составная часть.

Экстремальное значение функции  $F^*$  совпадает с экстремальным значением функции  $\mu^*$ , если выполняется условие по ограничениям  $\psi_k(a_i)=0$ . Необходимым условием экстремума функции многих переменных является равенство нулю дифференциала этой функции в экстремальной точке, т.е.

$$\sum_{i=1}^{n-m} \left( \frac{\partial F(\vec{a}^{(0)})}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial \psi_i(\vec{a}^{(0)})}{\partial x_i} \right) \cdot dx_i = 0.$$

Для того, чтобы это выражение выполнялось при любых значениях независимых дифференциалов  $dx_i (i=1,...,n-m)$ , необходимо равенство нулю коэффициентов при этих дифференциалах, что дает систему уравнений

$$\frac{\partial F(\vec{a}^{(0)})}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^{n-m} \lambda_i \frac{\partial \psi_i(\vec{a}^{(0)})}{\partial x_i} = 0$$

$$i = 1, \dots, n - m$$
(1)

При этом m новых независимых  $\lambda_k$  определяются из условия

$$\frac{\partial F(\vec{a}^{(0)})}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^{n-m} \lambda_i \frac{\partial \psi_i(\vec{a}^{(0)})}{\partial x_i} = 0$$

$$i = (n-m) + 1, \dots, n$$
(2)

Объединение систем (6.1.1) и (6.1.2) можно получить

$$\frac{\partial F(\vec{a}^{(0)})}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^{n-m} \lambda_i \frac{\partial \psi_i(\vec{a}^{(0)})}{\partial x_i} = 0$$

$$i = 1 \qquad n$$
(3)

Таким образом, задача в форме (3) сводится к задаче: найти

$$F^* = extr\{\mu(a_i) + \sum_{k=1}^m \lambda_k \cdot \psi_k(a_i)\}.$$

$$\begin{aligned}
\left\{a_{i}, \lambda_{k}\right\} \\
i &= 1, \dots, n \\
k &= 1, \dots, m
\end{aligned} \tag{4}$$

Отдельно следует отметить, что в общем случае метод множителей Лагранжа позволяет найти лишь необходимые условия существования условного экстремума для непрерывных функций, имеющих непрерывные производные. Однако из физического смысла решаемой задачи обычно известно, идет ли речь о максимуме или минимуме функции  $\mu$ , кроме того, как правило, в проектных задачах функция  $\mu$  на рассматриваемом отрезке является унимодальной. Поэтому в проектных задачах нет необходимости значения переменных, найденные при решении рассмотренных систем уравнений, проверять на экстремум с помощью анализа производных более высокого порядка.

#### Список литературы

- 1. Иванова Н.В., Гущин Л.В., Гущин В.Н. Методы проектирования твердотопливных ракет-носителей с учетом унификации. // Авиационные и космические новости. 1993, №1. с.10-13.
- 2. *Гущин В.Н.* Проектирование искусственных спутников Земли: Тексты лекций. М.: МАИ, 1999. 56 с.
- 3. *Грузков С.А.* Летательный аппарат, назначение и области применения (2- Заатмосферные пилотируемые и беспилотные летательные аппараты). М.: МЭИ,1997. 135 с.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Гущин Виталий Николаевич, профессор кафедры космических систем и ракетостроения Московского государственного авиационного института (технического университета), д.т.н.