

Труды МАИ. 2024. № 134  
Trudy MAI, 2024, no. 134

Научная статья  
УДК 621.694.31

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178463>

## РАЗРАБОТКА ВОДОСТРУЙНОГО ЭЖЕКТОРА С ШИРОКИМ ДИАПАЗОНОМ РАСХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Татьяна Александровна Башарина<sup>1✉</sup>, Иван Сергеевич Ельцов<sup>2</sup>,  
Иван Васильевич Акользин<sup>3</sup>, Константин Владимирович Кружаев<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>ООО НПП «ИнтерПолярис», Нововоронеж, Россия

<sup>1</sup>[ta@interpolyaris.ru](mailto:ta@interpolyaris.ru)✉

<sup>2</sup>[eltsov@interpolyaris.ru](mailto:eltsov@interpolyaris.ru)

<sup>3</sup>[akolziniv@interpolyaris.ru](mailto:akolziniv@interpolyaris.ru)

<sup>4</sup>[kruzhaev@interpolyaris.ru](mailto:kruzhaev@interpolyaris.ru)

**Аннотация.** В статье представлены результаты разработки и гидродинамические исследования режимов работы водоструйного эжектора, работающего в широком диапазоне расходной характеристики (3÷100 л/мин) и представляющего собой струйный насос с осевым подводом активной (рабочей) однофазной жидкой среды и радиальным подводом пассивной (эжектируемой) однофазной жидкой среды. В ходе проведения вычислительного эксперимента с последующей верификацией результатов с натурным экспериментом выявлены работоспособные и неработоспособные режимы работы устройства, получена зависимость КПД от значений расходов активной и пассивной сред в широком диапазоне. В процессе

верификации установлена разница вычислительного эксперимента с натурным, не превышающая 5 %, что соответствует достаточной инженерной точности.

**Ключевые слова:** водоструйный эжектор, численное моделирование, натурный эксперимент, гидродинамическое исследование

**Для цитирования:** Башарина Т.А., Ельцов И.С., Акользин И.В., Кружаев К.В

Разработка водоструйного эжектора с широким диапазоном расходной характеристики // Труды МАИ. 2024. № 134. URL:

<https://trudymai.ru/published.php?ID=178463>

Original article

## **DEVELOPMENT OF WATER JET EJECTOR WITH A WIDE RANGE OF FLOW CHARACTERISTICS**

**Tatiana A. Basharina**<sup>1✉</sup>, **Ivan S. Yeltsov**<sup>2</sup>, **Ivan V. Akolzin**<sup>3</sup>, **Konstantin V. Kruzhaev**<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>LLC SPE "InterPolaris", Novovoronezh 396073, Russia

<sup>1</sup>[ta@interpolyaris.ru](mailto:ta@interpolyaris.ru) ✉

<sup>2</sup>[eltsov@interpolyaris.ru](mailto:eltsov@interpolyaris.ru)

<sup>3</sup>[akolziniv@interpolyaris.ru](mailto:akolziniv@interpolyaris.ru)

<sup>4</sup>[kruzhaev@interpolyaris.ru](mailto:kruzhaev@interpolyaris.ru)

**Abstract:** The article presents the results of the development and hydrodynamic studies of the operating modes of a water jet ejector operating in a wide range of flow characteristics (3-100 l/min) and representing a jet pump with axial supply of an active (working) single-phase liquid medium and radial supply of a passive (ejectable) single-phase liquid medium. In the course of a computational experiment with subsequent verification of the results with

a full-scale experiment, operable and inoperable modes of operation of the device were identified, the dependence of efficiency on the values of active and passive media consumption in a wide range was obtained. The basis for the computational experiment is a geometric model of the flow area of the working fluid, in which the simulation of the area of reduced pressure in the receiving chamber occurs by the outflow of the active medium at high speed through the working nozzle and subsequent pumping of the ejected medium. Of the 25 designs of the water jet ejector, the most promising one was selected, the confirmation of the operability of which was carried out in 9409 operating modes. Several main structural elements have been identified, each of which, as it was found, significantly affects the functioning of the device. The conducted research allowed us to identify practical recommendations used in the development. In the verification process, the difference between the computational experiment and the full-scale one was established, not exceeding 5%, which corresponds to sufficient engineering accuracy. The high degree of reliability of the results obtained, confirmed by field tests, allows the use of this water jet ejector of the developed design in the task of pumping media with a wide range of volumetric flow rates.

**Keywords:** water jet ejector, numerical modeling, field experiment, hydrodynamic study

**For citation:** Basharina T.A., Yeltsov I.S., Akolzin I.V., Kruzhaev K.V. Development of water jet ejector with a wide range of flow characteristics. *Trudy MAI*, 2024, no. 134. URL:

<https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=178463>

## Введение

Водоструйные эжекторы – разновидность струйных аппаратов, в которых из-за образования зоны пониженного давления в области конфузора обеспечивается обмен кинетической энергией между активным и эжектируемым потоками путём смешения, вследствие чего осуществляется процесс эжекции, приводящий к перекачке жидкости или газа. Устройства обрели массовое распространение во всех отраслях промышленности благодаря исключительной простоте конструкции, эффективности и низкой стоимости.

Струйные аппараты предлагают ряд преимуществ перед классическими нагнетателями (насосами, компрессорами, турбинами, вентиляторами). Устройства не имеют подвижных частей, что обуславливает минимальное техническое обслуживание и ремонт при высоком уровне надёжности и долговечности, что обуславливает возможность применения устройств в широком поле технических задач, в том числе и в аэрокосмической технике. Например, один из возможных вариантов использования струйных аппаратов заключается в использовании последних в составе стендового оборудования для перекачки жидких и/или газообразных компонентов топлива жидкостных ракетных двигателей в ходе проведения стендовых огневых испытаний. Однако существующие водоструйные эжекторы имеют узкий диапазон режимов работоспособности, ограничивающий возможности применения в разнообразных условиях.

Цель исследований – разработка водоструйного эжектора, работающего в широком диапазоне расходной характеристики путём проведения аналитического

проектирования по методикам, определение функциональности конструкции во всех режимах работы в программном обеспечении Ansys Fluent и утверждение оптимальной конструкции посредством натурального эксперимента на испытательном стенде.

### Проектирование водоструйного эжектора

На этапе проектирования водоструйного эжектора были рассмотрены различные типы конструкции устройства: с осевым подводом эжектируемой среды; с радиальным подводом эжектируемой среды; с угловым подводом эжектируемой среды, из которых наибольшей эффективностью в части работы в широком диапазоне расходной характеристики (таблица 1) обладает конструкция с ортогональным подводом пассивного потока.

Таблица 1 – Исследуемые режимы работы

Расход эжектируемой среды, л/мин	Расход активной среды, л/мин
3÷100	3÷100

Проведено сравнение 25 полученных различных перспективных конструкций эжектора по таким критериям, как эффективность работы на всех режимах, выходное давление смешанного потока, максимальная скорость рабочей среды, равномерность потока на выходе, простота изготовления. Основываясь на анализе данных, определена наилучшая геометрия проточной части устройства (таблица 2), обладающая наибольшей эффективностью и соответствующая заявленным

требованиям к стабильному функционированию в широком диапазоне расходных характеристик и высокому показателю КПД.

Таблица 2 – Результаты расчета геометрических параметров

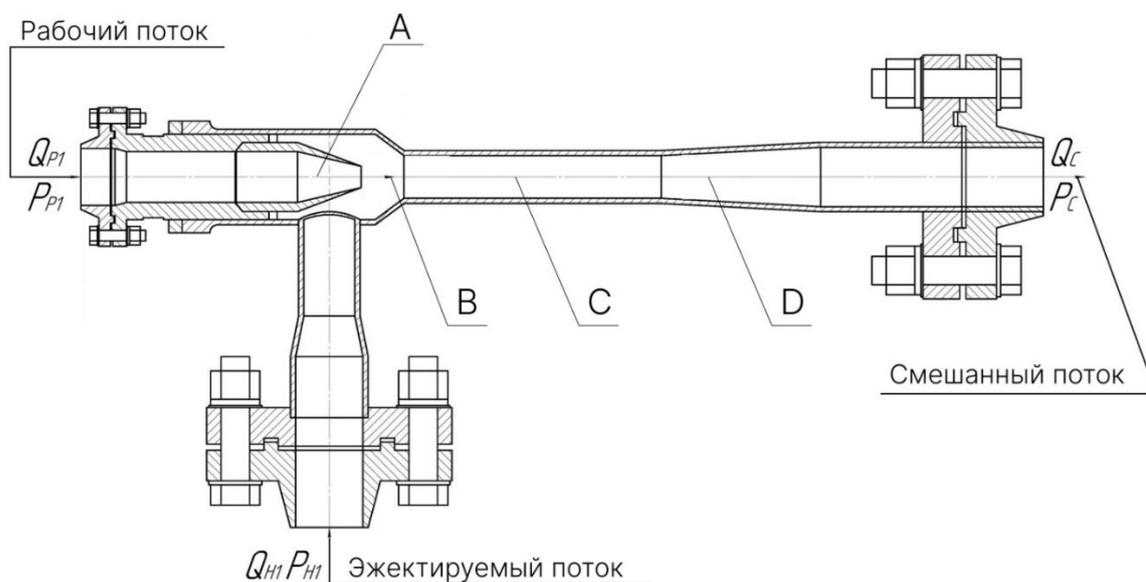
Параметр	Значение
Диаметр выходного сечения конфузора	10,5 мм
Длина конфузора	31 мм
Диаметр выходного сечения камеры смешения (входное сечение диффузора)	21 мм
Длина камеры смешения	126 мм
Длина диффузора	78 мм
Угол раскрытия диффузора	5°
Расстояние от выходного сечения конфузора до входного сечения камеры смешения	21 мм

В водоструйном эжекторе выделяются несколько основных конструктивных элементов (рис.1), каждый из которых, как было установлено, в значительной мере влияет на функционирование устройства. На основе проведенных исследований выявлены практические рекомендации, применяющиеся при разработке:

– оптимальным расположением плоскости среза рабочего сопла (конфузора) является входной участок камеры смешения при максимальном сдвиге на один-три калибра против течения рабочего потока;

– пиковая производительность достигается при выборе угла конусности рабочего сопла из диапазона 50—60°;

– стабилизация смешанного потока для дальнейшего выравнивания полей давления и скоростей достигается в цилиндрической камере смешения длиной не менее 6-10 калибров;



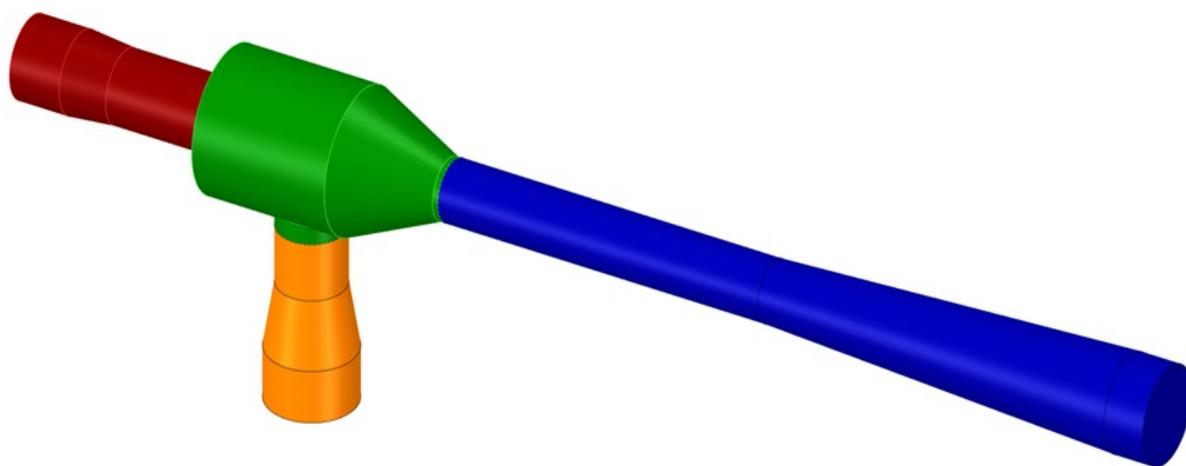
А – рабочее сопло; В – приемная камера; С – камера смешения; D – диффузор

Рис. 1. – Схема водоструйного эжектора

### **Вычислительный эксперимент работы водоструйного эжектора**

Подтверждение работоспособности выбранной конструкции водоструйного эжектора, полученной методом аналитического проектирования, обладающего широким диапазоном работоспособности, осуществляется на 9409 режимах работы, представленных в таблице 1. В статье демонстрируется численное моделирование одного из режимов.

Основой для проведения вычислительного эксперимента является геометрическая модель области течения рабочего тела (рис. 2), в которой будет происходить имитация области пониженного давления в приемной камере путём истечения активной среды на высокой скорости через рабочее сопло и последующее перекачивание эжектируемой среды.



Красный – вход рабочей среды, оранжевый – вход эжектируемой среды, зеленый – переходный участок, синий – камера смешения

Рис. 2. – Геометрическая модель проточной части водоструйного эжектора

Расчётная область разбивается на конечные элементы – тетраэдры и призмы. Проточная область разбита на 4 тела: вход рабочей среды, вход эжектируемой среды, переходный участок и камеру смешения, конструктивные особенности которых в значительной степени влияют на работоспособность водоструйного эжектора.

На рисунке 3 приведен вид конечно-элементной модели расчетной области. Общий размер конечно-элементной модели составил 1864837 узлов при числе элементов в 3669378 единиц.

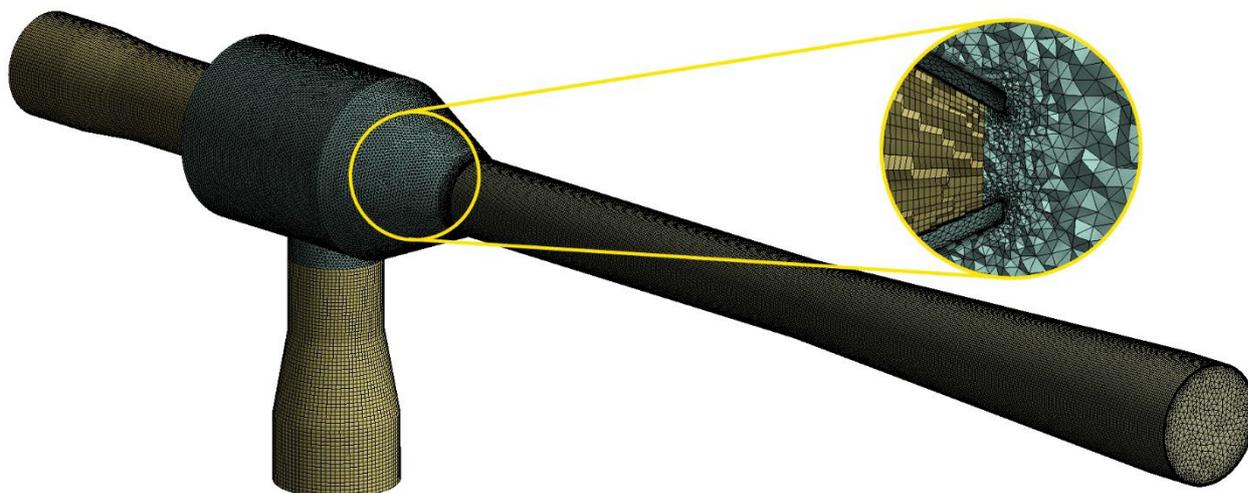


Рис. 3. – Конечно-элементная модель расчетной области водоструйного эжектора

Для моделирования гидродинамических процессов, происходящих в водоструйном эжекторе, в качестве граничных условий (рис. 4) задавались следующие параметры:

- массовый расход активной среды;
- давление на входе эжектируемой среды;
- массовый расход на выходе из водоструйного эжектора.

Определяемым параметром, показывающим работоспособность водоструйного эжектора, является давление в выходном сечении. Для разрабатываемой конструкции значения давления выше 0,39 МПа свидетельствует о функционировании устройства, так как должно быть подтверждено обеспечение необходимого и достаточного перепада давлений (разница давлений эжектируемой среды на входе и смешанного

потока на выходе). Также определяющим параметром работоспособности конструкции является равномерность поля распределения скоростей и давления смешанного потока в камере смешения и в диффузоре (установившийся режим).

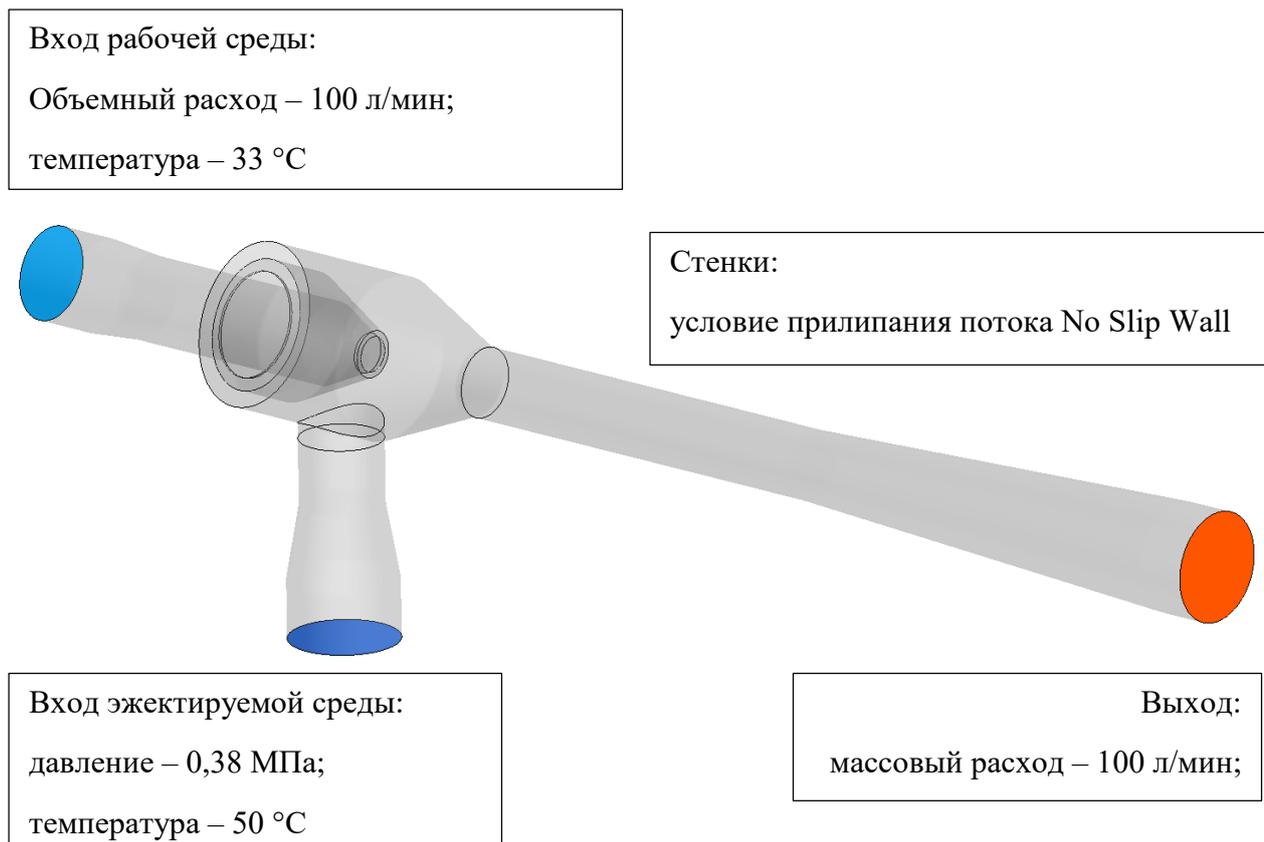


Рис. 4 – Общий вид расчетной модели с граничными условиями

Результаты численного моделирования водоструйного эжектора, соответствующие режиму работы с объёмным расходом эжектируемой среды 100 л/мин, активной среды 100 л/мин, представлены на рисунках 5 – 7.

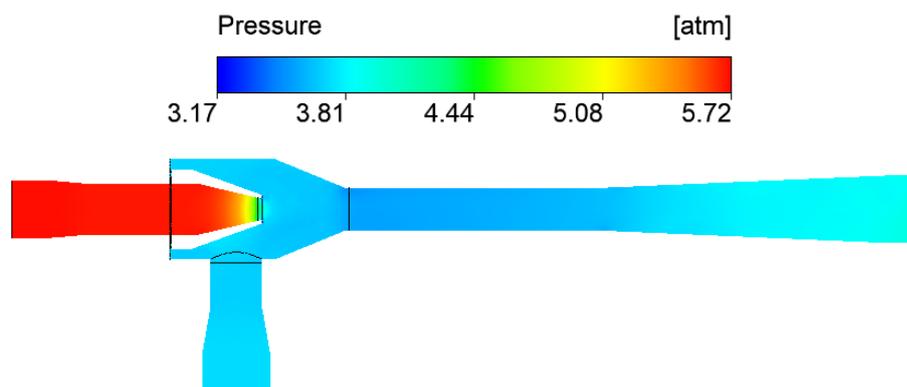


Рис. 5. – Распределение поля статического давления в осевом сечении

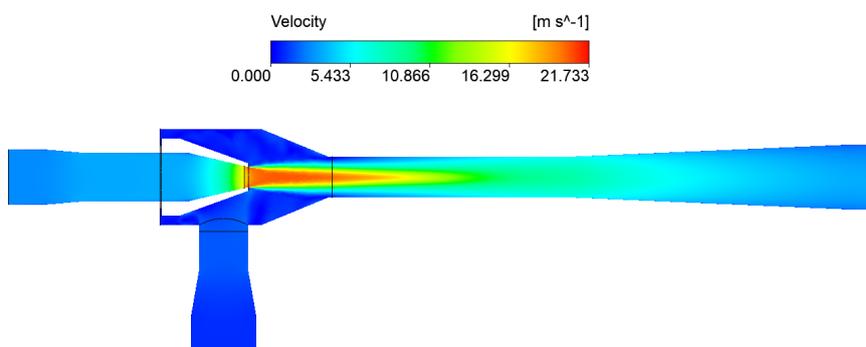


Рис. 6. – Распределение поля скоростей в осевом сечении

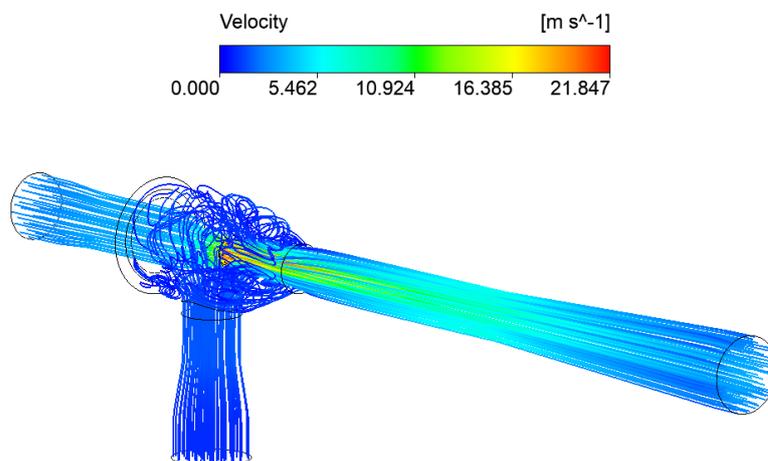


Рис. 7. – Распределение линий тока в объеме проточной области

На рис. 5 – 7 отмечается равномерный характер распределения давления и равномерное распределение скорости потока в области камеры смешения и до выхода

из диффузора. Выполняется условие выравнивания смешанного потока в камере смешения. Давление на выходе из диффузора составляет 0,4 МПа, что свидетельствует о работоспособности конструкции водоструйного эжектора на данном режиме, так как давление выше давления эжектируемой среды.

### Анализ результатов

Путём проведения численного моделирования на широком диапазоне расходной характеристики (объемный расход активной и пассивной сред от 3 до 100 л/мин) получены поля статического давления, скорости рабочей среды и поля распределения скоростей в проточной области эжектора. Результаты вычислительного эксперимента на работоспособных режимах занесены в таблицу 3.

Для валидации вычислительного эксперимента проведены натурные испытания исследуемых режимов работы, результаты которого занесены в таблицу 3. Эксперимент проводился на изготовленном водоструйном эжекторе (рисунок 8).



Рис. 8. – Водоструйный эжектор

Таблица 3 – Режимы работы водоструйного эжектора

Расход эжектируемой среды, л/мин	Давление на входе активной среды, МПа	Моделирование	Испытания	Относительная погрешность
		Давление потока на выходе из эжектора, МПа		
Расход активной среды, 100 л/мин				
100	0,58	0,40	0,385	3,75 %
50	0,58	0,44	0,416	2,40 %
20	0,58	0,455	0,434	4,61 %
3	0,58	0,45	0,432	4 %
Расход активной среды, 90 л/мин				
100	0,551	0,39	0,381	2,3
90	0,539	0,41	0,393	4,15
50	0,542	0,426	0,424	0,47
20	0,556	0,421	0,428	1,66
3	0,544	0,448	0,439	2
Расход активной среды, 80 л/мин				
100	0,503	0,396	0,39	1,54
80	0,506	0,404	0,409	1,24
50	0,508	0,415	0,423	1,93
20	0,51	0,426	0,429	0,7

3	0,51	0,433	0,44	1,62
Расход активной среды, 70 л/мин				
100	0,473	0,386	0,390	1,03 %
70	0,476	0,398	0,402	1,00 %
50	0,478	0,404	0,415	2,72 %
20	0,479	0,414	0,425	2,66 %
3	0,479	0,42	0,415	1,19 %
Расход активной среды, 60 л/мин				
100	0,446	0,379	0,382	0,79
60	0,451	0,393	0,383	2,54
30	0,452	0,401	0,409	1,99
3	0,453	0,41	0,416	1,46
Расход активной среды, 50 л/мин				
100	0,425	0,377	0,363	3,7 %
80	0,427	0,38	0,376	1,05 %
50	0,43	0,389	0,378	2,82 %
20	0,431	0,396	0,391	1,26 %
3	0,431	0,4	0,395	1,25 %
Расход активной среды, 40 л/мин				
100	0,406	0,372	0,381	2,42 %
80	0,408	0,376	0,382	1,6 %

40	0,414	0,383	0,384	0,26 %
20	0,412	0,389	0,389	0 %
3	0,413	0,393	0,391	0,51 %
Расход активной среды, 30 л/мин				
70	0,395	0,376	0,364	3,2 %
30	0,399	0,389	0,369	3,15 %

Как видно из таблицы 3, работоспособные режимы водоструйного эжектора находятся в диапазоне объемных расходов активной среды от 100 л/мин до 30 л /мин при коэффициенте эжекции не более 1. Среднее значение давления смешанного потока на выходе из эжектора при этом составляет 0,42 МПа.

Высокая сходимость в значениях давления выходного потока при сравнении результатов вычислительного эксперимента с гидродинамическими испытаниями подтверждает высокую степень достоверности проведённых исследований. При этом максимальная относительная погрешность давлений потоков на выходе из эжектора при использовании численного моделирования не превышает 5 %.

Основываясь на результатах исследовании работоспособности полученной конструкции водоструйного эжектора в широком диапазоне расходной характеристики построен график зависимости КПД от расходов пассивной и активной сред (от коэффициента эжекции), рис.9.

Определение коэффициента эжекции производится согласно формуле:

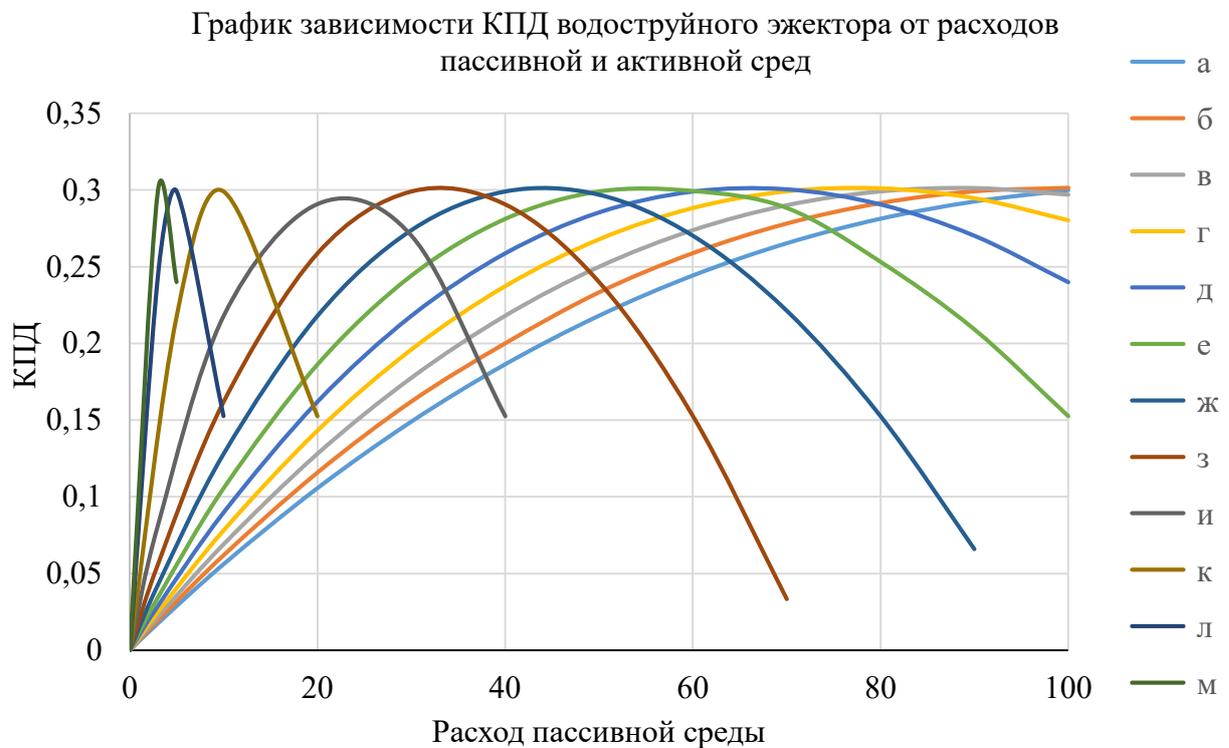
$$u = \frac{Q_H}{Q_P}$$

где  $Q_H$  – объемный расход пассивной среды;  $Q_P$  – объемный расход активной среды;

КПД водоструйного эжектора определяется согласно уравнению:

$$\eta = u \cdot \frac{\Delta p_c}{\Delta p_p - \Delta p_c}$$

где  $\Delta p_c$  – перепад давления на диффузоре;  $\Delta p_p$  – располагаемый перепад давлений рабочего потока.



Значение КПД водоструйного насоса при расходе активной среды: а – 100 л/мин; б – 90 л/мин; в – 80 л/мин; г – 70 л/мин; д – 60 л/мин; е – 50 л/мин; ж – 40 л/мин; з – 30 л/мин; и – 20 л/мин; к – 10 л/мин; л – 5 л/мин; м – 3 л/мин

Рис. 9. – График зависимости КПД водоструйного эжектора от расходов пассивной и активной сред

Для анализа полученных результатов построен график, отражающий КПД водоструйного эжектора на значениях расхода пассивной среды от 3 до 100 л/мин, который показывает, что наибольшая эффективность конструкции достигается при коэффициенте эжекции, равном единице. Разработанное устройство обладает широким диапазоном работоспособных режимов в части расходов активной и пассивной сред от 3 до 100 л/мин и от до 30 до 100 л/мин соответственно.

### **Заключение**

В ходе исследований была подтверждена работоспособность разработанной конструкции водоструйного эжектора, способной функционировать в широком диапазоне расходной характеристики. Получены кривые зависимости КПД водоструйного эжектора от соотношений расходов активной и пассивной сред на всех режимах.

Были проведены вычислительные эксперименты 25 конструкций и 9409 режимов, в ходе которых установлена одна конструкция водоструйного эжектора, наиболее удовлетворяющая заданным техническим характеристикам и широкому диапазону расходов активной и пассивной сред.

Водоструйный эжектор работоспособен при объемном расходе пассивной рабочей среды от 3 до 100 л/мин при расходе активной среды от 40 до 100 л/мин, а также на режиме расхода пассивной рабочей среды от 30 до 70 л/мин при расходе активной рабочей среды 30 л/мин.

Высокая степень достоверности полученных результатов, подтвержденная натурными испытаниями, позволяет использовать данный водоструйный эжектор

разработанной конструкции в задаче перекачивания сред при широкой вариантности объемных расходов.

### **Список источников**

1. Соколов Е.Я., Зингер Н.М. Струйные аппараты. - М.: Энергоатомиздат, 1989. - 352 с.
2. Александров В.Ю., Климовский К.К. *Оптимальные эжекторы (теория и расчет)*. – М.: Машиностроение, 2012. - 136 с.
3. Сазонов Ю.А. Расчет и конструирование струйных аппаратов. – М.: РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина, 2016. – 64 с.
4. Спиридонов Е.К. Конструкции жидкостногазовых струйных насосов. Состояние и перспективы // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение. 2005. № 1 (41). С. 94-104.
5. Аронсон К.Э. и др. Парогазотурбинные установки: эжекторы конденсационных установок. - М.: Юрайт, 2017. - 129 с.
6. Абрамович Г.Н., Гиршович Т.А., Крашенинников С.Ю., Секундов А.Н., Смирнова И.П. Теория турбулентных струй. – М.: Наука, 1984. - 716 с.
7. Сазонов Ю.А. Основы расчета и конструирования насосно-эжекторных установок. – М.: РГУ им. И.М. Губкина, 2012. - 302 с.
8. Yang X.L., Long X.P. Numerical investigation on the jet pump performance based on different turbulence models // IOP Conference Series Earth and Environmental Science, 2012, vol. 15 (5), pp. 2019. DOI: [10.1088/1755-1315/15/5/052019](https://doi.org/10.1088/1755-1315/15/5/052019)

9. WeiXiong C., ChenXi H., YuPing B., DaoTong C. Experimental and numerical investigation of two phase ejector performance with the water injected into the induced flow // International Journal of Advanced Nuclear Reactor Design and Technology, 2020, vol. 2, pp. 15-24. DOI: [10.1016/j.jandt.2020.01.001](https://doi.org/10.1016/j.jandt.2020.01.001)
10. Sheha A.A.A., Nasr M., Hosien M.A., Wahba E.M. Computational and Experimental Study on the Water-Jet Pump Performance // Journal of Applied Fluid Mechanics, 2018, vol. 11, pp. 1013-1020. DOI: [10.29252/jafm.11.04.28407](https://doi.org/10.29252/jafm.11.04.28407)
11. Богданов Е.И. Оборудование для транспорта и промывки песков россыпей. - М.: Недра, 1978. - 240 с.
12. Лямаев Б.Ф. Гидроструйные насосы и установки. - М.: Машиностроение, 1988. - 256 с.
13. Satish P. Mehta. Study of water jet pumps, Kansas State University, 1968, 68 p.
14. Ларина Е.В., Ципенко А.В. Экспериментальные данные о потоке в газовом эжекторе для верификации моделей турбулентности // Труды МАИ. 2017. № 97. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=87135>
15. Письменный В.Л. Математическая модель звукового газового эжектора цилиндрической камерой смешения в системе турбоэжекторного двигателя // Труды МАИ. 2003. № 12. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=34456>
16. Письменный В.Л. Турбоэжекторный двигатель // Труды МАИ. 2003. № 11. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=34476>
17. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. - М.: Наука, 1973. - 831 с.

18. Жулев Ю.Г., Потапов Ю.Ф. Исследование влияния геометрических параметров эжекторного увеличителя тяги на его эффективность // Труды ЦАГИ. 1978. № 1958. С. 3-20.
19. Еремин А.М. Условия оптимальности классических эжекторов в различных теориях критических режимов // Труды МАИ. 2023. № 130. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=174600>. DOI: [10.34759/trd-2023-130-05](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-05)
20. Цегельский В.Г. Струйные аппараты. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. - 576 с.

#### **References:**

1. Sokolov E.Ya., Zinger N.M. *Struinye apparaty* (Jet devices), Moscow, Energoatomizdat, 1989, 352 p.
2. Aleksandrov V.Yu., Klimovskii K.K. *Optimal'nye ezhektory (teoriya i raschet)* (Optimal ejectors (theory and calculation), Moscow, Mashinostroenie, 2012, 136 p.
3. Sazonov Yu.A. *Raschet i konstruirovaniye struinykh apparatov* (Calculation and design of jet devices), Moscow, RGU nefiti i gaza imeni I.M. Gubkina, 2016, 64 p.
4. Spiridonov E.K. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Mashinostroenie*, 2005, no. 1 (41), pp. 94-104.
5. Aronson K.E. et al. *Parogazoturbinnyye ustanovki: ezhektory kondensatsionnykh ustanovok* (Steam and gas turbine units: ejectors of condensing units), Moscow, Yurait, 2017, 129 p.

6. Abramovich G.N., Girshovich T.A., Krashennnikov S.Yu., Sekundov A.N., Smirnova I.P. *Teoriya turbulentnykh strui* (Theory of turbulent jets), Moscow, Nauka, 1984, 716 p.
7. Sazonov Yu.A. *Osnovy rascheta i konstruirovaniya nasosno-ezhektornykh ustanovok* (Fundamentals of calculation and design of pump-ejector installations), Moscow, RGU im. I.M. Gubkina, 2012, 302 p.
8. Yang X.L., Long X.P. Numerical investigation on the jet pump performance based on different turbulence models, *IOP Conference Series Earth and Environmental Science*, 2012, vol. 15 (5), pp. 2019. DOI: [10.1088/1755-1315/15/5/052019](https://doi.org/10.1088/1755-1315/15/5/052019)
9. WeiXiong C., ChenXi H., YuPing B., DaoTong C. Experimental and numerical investigation of two phase ejector performance with the water injected into the induced flow, *International Journal of Advanced Nuclear Reactor Design and Technology*, 2020, vol. 2, pp. 15-24. DOI: [10.1016/j.jandt.2020.01.001](https://doi.org/10.1016/j.jandt.2020.01.001)
10. Sheha A.A.A., Nasr M., Hosien M.A., Wahba E.M. Computational and Experimental Study on the Water-Jet Pump Performance, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 2018, vol. 11, pp. 1013-1020. DOI: [10.29252/jafm.11.04.28407](https://doi.org/10.29252/jafm.11.04.28407)
11. Bogdanov E.I. *Oborudovanie dlya transporta i promyvki peskov rossypei* (Equipment for transport and washing of placer sands), Moscow, Nedra, 1978, 240 p.
12. Lyamaev B.F. *Gidrostruinye nasosy i ustanovki* (Hydrojet pumps and installations Engineering), Moscow, Mashinostroenie, 1988, 256 p.
13. Satish P. Mehta. *Study of water jet pumps*, Kansas State University, 1968, 68 p.
14. Larina E.V., Tsipenko A.V. *Trudy MAI*, 2017, no. 97. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=87135>

15. Pis'mennyi V.L. *Trudy MAI*, 2003, no. 12. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=34456>
16. Pis'mennyi V.L. *Trudy MAI*, 2003, no. 11. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=34476>
17. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* (Handbook of mathematics for scientists and engineers), Moscow, Nauka, 1973, 831 p.
18. Zhulev Yu.G., Potapov Yu.F. *Trudy TsAGI*, 1978, no. 1958, pp. 3-20.
19. Eremin A.M. *Trudy MAI*, 2023, no. 130. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=174600>. DOI: [10.34759/trd-2023-130-05](https://doi.org/10.34759/trd-2023-130-05)
20. Tsegel'skii V.G. *Struinye apparaty* (Jet devices), Moscow, Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 2017, 576 p.

Статья поступила в редакцию 14.09.2023

Одобрена после рецензирования 20.09.2023

Принята к публикации 27.02.2024

The article was submitted on 14.09.2023; approved after reviewing on 20.09.2023; accepted for publication on 27.02.2024