Труды МАИ. 2026. № 150.

Trudy MAI. 2026. No. 150. (In Russ.)

Научная статья
УДК 629.783:521.3
URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=189701
EDN: https://www.elibrary.ru/CTBLTS

ИНТЕРВАЛЬНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ОРБИТАЛЬНОГО СРЕДСТВА

А.Д. Голяков, А.В. Зубков

Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург, Россия

✉ vka@mil.ru

Цитирование: Голяков А.Д., Зубков А.В. Интервальный метод определения местоположения орбитального средства // Труды МАИ: электрон. журнал. № 150. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=189701

Аннотация. Предложен метод определения местоположения орбитального средства, базирующийся на математическом аппарате интервального анализа, основной сферой применения которого является решение прикладных задач с интервальными неопределенностями и отсутствием достоверных исходных данных. В качестве источников информации, необходимой для решения навигационной задачи, выбраны результаты измерений углов между направлениями на орбитальное средство и две звезды с известным угловым положением в пространстве и расстояния между космическим аппаратом и орбитальным средством. Для нахождения интервальных координат орбитального средства получена системы уравнений, которая может быть оперативно решена современными бортовыми вычислителями. Для оценивания точности решения задачи определения координат орбитального средства предложен трехмерный вектор, каждый элемент которого равен ширине интервала соответствующей координаты.

Приведен пример реализации предложенного метода определения местоположения орбитального средства и получены значения погрешностей определения координат.

Ключевые слова: орбитальное средство; интервальный анализ; уточнение местоположения; неопределенность исходных данных; точность оценивания; интервал.

INTERVAL POSITIONING METHOD ORBITAL FACILITY

A.D. Golyakov, A.V. Zubkov

Mozhaisky Military Space Academy, Saint Petersburg, Russia

✉ vka@mil.ru

Citation: Golyakov A.D., Zubkov A.V. Interval positioning method orbital facility // Trudy MAI. 2026. No. 150. (In Russ.). URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=189701

Abstract. The work solves the urgent scientific problem of determining the navigation parameters of an orbital vehicle without using navigation information from external sources, that is, the task of autonomous navigation. Disclosed is a method of determining the location of an orbital facility based on a mathematical apparatus for interval analysis, the main application of which is solving applied problems with interval uncertainties and lack of reliable initial data. Results of measurements of angles between directions to the orbital means and two stars with known angular position in space and distance between the spacecraft and the orbital means are selected as sources of information necessary for solving the navigation task. To find the interval coordinates of the orbital means, a system of equations has been obtained that can be quickly solved by modern on-board computers. To estimate accuracy of solving the problem of determining coordinates of an orbital facility, a three-dimensional vector is proposed, each element of which is equal to the width of the interval of the corresponding coordinate.

An example of the implementation of the proposed method for determining the location of the orbital vehicle is given and the values of errors in determining the coordinates are obtained, the maximum value does not exceed 23.6 m in this formulation.

Proposed method can be used at the stage of substantiation of requirements for autonomous navigation systems of spacecraft and at development of onboard equipment intended for operative determination of OS of various purpose. The implementation of this method is of particular relevance for on-board control systems

for unmanned vehicles for various purposes, the computing platforms of which are characterized by limited capabilities.

Keywords: orbital means; interval analysis; location refinement; source data uncertainty; estimation accuracy; interval.

Введение

Для решения большинства целевых задач, стоящих перед космическими аппаратами (КА), в состав их бортовых систем вводится система навигации, предназначенная для определения выбранным методом параметров движения центра масс КА или орбитального средства (ОС), которое является, например, объектом технического обслуживания робототехнического КА или объектом космического мусора, представляющего угрозу процессу выполнения КА заданной функции. К настоящему времени разработано и используется при эксплуатации КА большое число методов навигации, классификация которых приведена в монографии [1].

Одним из известных методов космической автономной навигации является позиционный метод, который основан на результатах измерений навигационных параметров, функционально связанных с координатами КА или ОС [2, 3]. Отличительные особенности этого метода заключаются, во-первых, в высокой скорости решения навигационной задачи и, во-вторых, в наличии предположения об отсутствии в результатах измерений навигационных параметров не только естественных погрешностей, но и неблагоприятных последствий, которые обусловлены воздействиями специально организованных помех.

Эффективным способом борьбы с естественными погрешностями измерений при решении задач определения координат КА и других ОС является применение широко известных статистических методов [4 – 7]. Статистические методы основаны на допущении о вероятностных свойствах погрешностей измерений и наличии выборки представительной длины (как минимум, несколько десятков измерений) [8]. При использовании статистических рекуррентных методов необходимая точность оценок достигается после

завершения переходного режима уточнения параметров движения КА, который может иметь достаточно продолжительный промежуток времени.

Однако при решении целевых задач КА возможны ситуации, при возникновении которых требуется оперативное определение его координат или координат ОС, а возникающие погрешности измерений не могут быть адекватно описаны с помощью математического аппарата теории вероятностей. Одним из способов преодоления этих проблем является применение математического аппарата интервального анализа, основой которого является представление оценок характеристик систем и процессов не в числовом, а в интервальном виде [9 – 15].

С помощью интервального анализа появляется возможность определения искомых координат КА или ОС с учетом неопределенностей исходных данных и параметров моделей измерений. При этом уравнения, с помощью которых определяется местоположения КА или ОС, становятся интервальными, а точность решения уравнений характеризуется шириной интервала.

Целью настоящей статьи является разработка метода решения задачи определения местоположения ОС с помощью бортовой аппаратуры КА на основе применения математического аппарата интервального анализа.

Постановка задачи

Положение ОС зададим в прямоугольной системе координат $X_oY_oZ_o$, начало которой находится в центре масс КА, а оси параллельны соответствующим осям абсолютной геоцентрической системы координат XYZ (см. рисунок 1). Выбор такой системы координат обусловлен тем, что в связи со значительным удалением звезд от центра масс Земли направления на навигационную звезду S из начал координат систем XYZ и $X_oY_oZ_o$ полагаются параллельными.

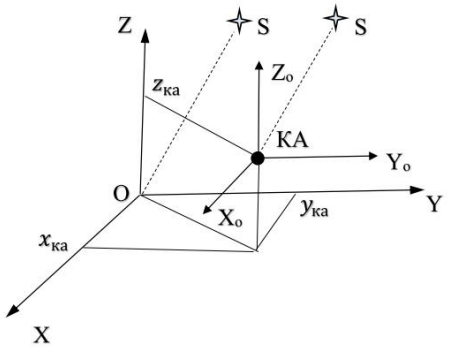


Рисунок 1 - Системы координат

Предположим, что для определения местоположения ОС используется позиционный метод, который основан на измерениях трех независимых физических величин, функционально связанных с параметрами движения центра масс ОС, и последующем решении системы известных уравнений вида

$$\left.\begin{aligned}\psi_1(t) &= F_1(x,y,z,t);\\ \psi_2(t) &= F_2(x,y,z,t);\\ \psi_3(t) &= F_3(x,y,z,t),\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

где $\psi_i(t)$ – значение идеального (безошибочного) результата измерения i-го навигационного параметра ($i = 1,2,3$), который получен в момент времени t;

$F_i(x,y,z,t)$ – функциональная зависимость i-го навигационного параметра от искомых координат ОС в момент времени t (в дальнейшем момент времени t опустим).

Предположим, что все измерения навигационных параметров выполняются одновременно. Результаты истинных измерений Ψ_i содержат инструментальные аддитивные погрешности Δ_i, обусловленные конструктивными особенностями навигационных измерителей и влиянием внешних возмущающих факторов, которые вызваны естественными и специально организованными помехами, т. е.

$$\Psi_i = \psi_i + \Delta_i, \quad i = 1,2,3. \quad (2)$$

Поскольку значения параметров ψ_i являются неизвестными величинами, для решения навигационной задачи используются результаты истинных измерений (2). Тогда система уравнений (1) принимает вид

$$\left.\begin{aligned}\Psi_1(t) &= F_1(x,y,z,t);\\ \Psi_2(t) &= F_2(x,y,z,t);\\ \Psi_3(t) &= F_3(x,y,z,t).\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Требуется, используя математический аппарат интервального анализа, решить систему уравнений (3), т. е. найти интервальные координаты ОС.

Определение интервальных координат орбитального средства

Для определения декартовых координат ОС воспользуемся автономным методом [17 –19], который основан на измерениях дальности до ОС и двух углов между направлениями на две звезды с известными угловыми координатами и ОС.

Практическая реализация этого метода достигается применением бортового вычислителя, дальномера, с помощью которого определяется расстояние D между КА и ОС, и двух угломеров, способных измерять углы Θ_1 и Θ_2 между направлениями на ОС и навигационные звезды.

Задача определения координат ОС может быть решена графическим способом, в котором искомое местоположение ОС определяется как точка пересечения трех поверхностей положения [16, 20 – 22]. Известно [3], что поверхностями положения углов (Θ_1 и Θ_2) и расстояния (D) являются соответственно конусы с вершинами в центре масс КА и сфера, центр которой совмещен с центром масс КА. Графический способ определения координат ОС показан на рисунке 2.

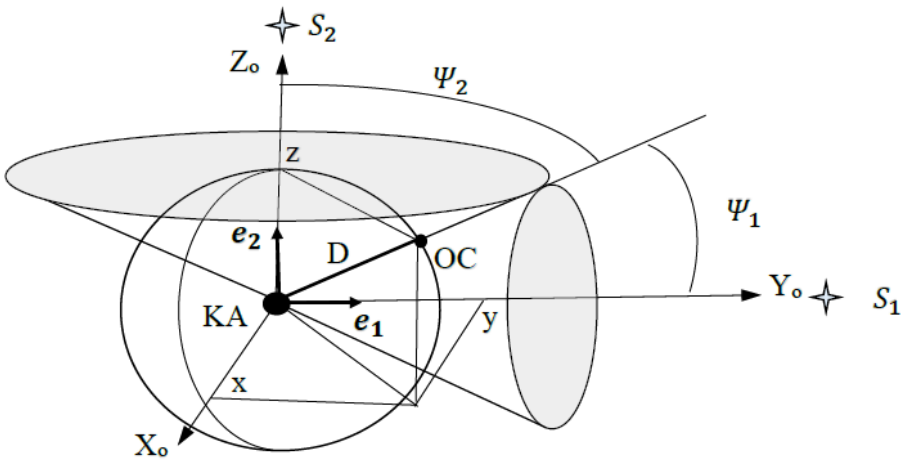


Рисунок 2 - Графический способ определения координат ОС

Для решения задачи определения координат ОС воспользуемся аналитическим способом [3]. Учитывая аддитивность погрешностей измерений (2), запишем систему уравнений (3) в следующем виде [2]:

$$\left.\begin{aligned} \Theta_1 = \theta_1 + \Delta\Theta_1 = \arccos\left(\frac{a_1 x + b_1 y + c_1 z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right); \\ \Theta_2 = \theta_2 + \Delta\Theta_2 = arccos\left(\frac{a_2 x + b_2 y + c_2 z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right); \\ D = d + \Delta D = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

где Θ_j – результат истинных измерений *j*-го угла ($j = 1, 2$);

θ_j – расчетное значение *j*-го угла ($j = 1, 2$);

$\Delta\Theta_j$ – инструментальная аддитивная погрешность измерителя *j*-го угла ($j = 1, 2$);

a_j, b_j, c_j – направляющие косинусы *j*-ой звезды ($j = 1, 2$);

D – результат истинных измерений дальности до ОС;

d – расчетное значение дальности до ОС;

ΔD – инструментальная аддитивная погрешность измерителя дальности до ОС.

Перепишем систему уравнений (4) в следующем виде

$$\left.\begin{aligned} \cos\Theta_1 = \cos(\theta_1 + \Delta\Theta_1) = \frac{a_1 x + b_1 y + c_1 z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}; \\ cos\,\Theta_2 = cos(\theta_2 + \Delta\Theta_2) = \frac{a_2 x + b_2 y + c_2 z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}; \\ D = d + \Delta D = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Найдем решение системы уравнений (5) с помощью математического аппарата интервального анализа, в котором вместо одного числа (дискретной точки на числовой оси) используется два числа, представляющие собой границы закрытого интервала (отрезок на числовой оси) [15].

Запишем систему уравнений (5) в интервальной форме:

$$\left.\begin{aligned} cos\widetilde{\Theta}_1 &= \cos\left(\theta_1 + \widetilde{\Delta}\Theta_1\right) = \frac{a_1\tilde{x} + b_1\tilde{y} + c_1\tilde{z}}{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}}; \\ cos\widetilde{\Theta}_2 &= cos\left(\theta_2 + \widetilde{\Delta}\Theta_2\right) = \frac{a_2\tilde{x} + b_2\tilde{y} + c_2\tilde{z}}{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}}; \\ \widetilde{D} &= d + \widetilde{\Delta}D = \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}, \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

где $\widetilde{\Theta}_j$ – интервал результатов измерений *j*-го угломера ($j = 1, 2$): $\widetilde{\Theta}_j = [\,\underline{\Theta}_j,\ \overline{\Theta}_j]$;

$\underline{\Theta}_j$ и $\overline{\Theta}_j$ – нижняя и верхняя границы интервала результатов измерений *j*-го угломера ($j = 1, 2$);

$\widetilde{\Delta}\Theta_j$ – интервал погрешностей *j*-го угломера ($j = 1, 2$): $\widetilde{\Delta}\Theta_j = [\,\underline{\Delta\Theta}_j, \overline{\Delta\Theta}_j]$;

$\underline{\Delta\Theta}_j$ и $\overline{\Delta\Theta}_j$ – нижняя и верхняя границы интервала погрешностей *j*-го угломера ($j = 1, 2$);

$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$ – интервалы координат ОС: $\tilde{x} = [\,\underline{x}, \overline{x}\,]$, $\tilde{y} = \left[\,\underline{y}, \overline{y}\,\right]$, $\tilde{z} = [\,\underline{z}, \overline{z}\,]$;

$\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}$ – нижние границы интервалов координат ОС;

$\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}$ – верхние границы интервалов координат ОС;

$\widetilde{D}$ – интервал результата измерений дальномера: $\widetilde{D} = [\,\underline{D}, \overline{D}\,]$;

$\underline{D}$ и $\overline{D}$ – нижняя и верхняя границы интервала результатов измерений дальномера;

$\widetilde{\Delta}D$ – интервал погрешностей дальномера: $\tilde{\Delta}D = [\,\underline{\Delta}D, \overline{\Delta}D\,]$;

$\underline{\Delta}D$ и $\overline{\Delta}D$ – нижняя и верхняя границы интервала погрешностей дальномера.

Воспользуемся математическими операциями над интервалами. Введем интервальные параметры $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\beta}$: $\tilde{\alpha} = [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]$ и $\tilde{\beta} = [\underline{\beta}, \overline{\beta}]$, где $\underline{\alpha}$ и $\underline{\beta}$ – нижние границы интервалов, $\overline{\alpha}$ и $\overline{\beta}$ – верхние границы интервалов. Тогда справедливы равенства [12 – 15]:

$$\left.\begin{aligned}
\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} &= [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}] + [\underline{\beta}, \overline{\beta}] = [\underline{\alpha} + \underline{\beta}, \overline{\alpha} + \overline{\beta}] \\
\tilde{\alpha} - \tilde{\beta} &= [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}] - [\underline{\beta}, \overline{\beta}] = [\underline{\alpha} - \overline{\beta}, \overline{\alpha} - \underline{\beta}] \\
\tilde{\alpha} \cdot \tilde{\beta} &= [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}] \cdot [\underline{\beta}, \overline{\beta}] = [\underline{\alpha} \cdot \underline{\beta}, \overline{\alpha} \cdot \overline{\beta}], \text{если } \tilde{\alpha} \geq 0, \tilde{\beta} \geq 0 \\
\mu \cdot \tilde{\alpha} &= \begin{cases} [\mu\underline{\alpha}, \mu\overline{\alpha}], \text{если } \mu \geq 0, \\ [\mu\overline{\alpha}, \mu\underline{\alpha}], \text{если } \mu \leq 0, \end{cases} \\
\tilde{\alpha}/\tilde{\beta} &= [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]/[\underline{\beta}, \overline{\beta}] = [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}] \cdot [1/\overline{\beta}, 1/\underline{\beta}] = [\underline{\alpha}/\overline{\beta}, \overline{\alpha}/\underline{\beta}], \text{если } \tilde{\beta} \not\ni 0, \\
\tilde{\alpha}^n &= [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]^n = [\underline{\alpha}^n, \overline{\alpha}^n], \text{если } \tilde{\alpha} \geq 0, \\
sin\,\tilde{\alpha} &= sin[\underline{\alpha}, \overline{\alpha}] = [sin\,\underline{\alpha}, sin\,\overline{\alpha}], \text{если } \tilde{\alpha} \ni (0, \pi/2), \\
cos\,\tilde{\alpha} &= cos[\underline{\alpha}, \overline{\alpha}] = [cos\,\overline{\alpha}, cos\,\underline{\alpha}], \text{если } \tilde{\alpha} \ni (0, \pi/2).
\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

На основе соотношений (7) запишем систему интервальных уравнений (6) в виде

$$\left.\begin{aligned}
[cos(\theta_1 + \overline{\Delta\Theta_1}), cos(\theta_1 + \underline{\Delta\Theta_1})] &= \frac{[a_1\,\underline{x}, a_1\overline{x}] + [b_1\,\underline{y}, b_1\overline{y}] + [c_1\,\underline{z}, c_1\,\overline{z}]}{\left[\sqrt{\underline{x}^2 + \underline{y}^2 + \underline{z}^2}, \sqrt{\overline{x}^2 + \overline{y}^2 + \overline{z}^2}\right]}; \\
[cos(\theta_2 + \overline{\Delta\Theta_2}), cos(\theta_2 + \underline{\Delta\Theta_2})] &= \frac{[a_2\,\underline{x}, a_2\overline{x}] + [b_2\,\underline{y}, b_2\overline{y}] + [c_2\,\underline{z}, c_2\,\overline{z}]}{\left[\sqrt{\underline{x}^2 + \underline{y}^2 + \underline{z}^2}, \sqrt{\overline{x}^2 + \overline{y}^2 + \overline{z}^2}\right]}; \\
[d + \underline{\Delta D}, d + \overline{\Delta} D] &= \left[\sqrt{\underline{x}^2 + \underline{y}^2 + \underline{z}^2}, \sqrt{\overline{x}^2 + \overline{y}^2 + \overline{z}^2}\right].
\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Очевидно, что интервал $\left[\sqrt{\underline{x}^2 + \underline{y}^2 + \underline{z}^2}, \sqrt{\overline{x}^2 + \overline{y}^2 + \overline{z}^2}\right] \not\ni 0$. Поэтому правые части первого и второго уравнений системы (8) представим в виде:

$$\frac{[a_j\,\underline{x}, a_j\overline{x}\,] + [b_j\,\underline{y}, b_j\overline{y}\,] + [c_j\,\underline{z}, c_j\,\overline{z}\,]}{\left[\sqrt{\underline{x}^2+\underline{y}^2+\underline{z}^2}, \sqrt{\overline{x}^2+\overline{y}^2+\overline{z}^2}\right]} = \left[\frac{a_j\,\underline{x}+b_j\,\underline{y}+c_j\,\underline{z}}{\sqrt{\overline{x}^2+\overline{y}^2+\overline{z}^2}}, \frac{a_j\overline{x}+b_j\overline{y}+c_j\,\overline{z}}{\sqrt{\underline{x}^2+\underline{y}^2+\underline{z}^2}}\right],$$
$$j = 1, 2.$$

Систему уравнений (8) с учетом выше приведенного равенства запишем следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}
[cos(\theta_1 + \overline{\Delta\Theta}_1), cos(\theta_1 + \underline{\Delta\Theta}_1)] &= \left[\frac{a_1\,\underline{x}+b_1\,\underline{y}+c_1\,\underline{z}}{\sqrt{\overline{x}^2+\overline{y}^2+\overline{z}^2}}, \frac{a_1\overline{x}+b_1\overline{y}+c_1\,\overline{z}}{\sqrt{\underline{x}^2+\underline{y}^2+\underline{z}^2}}\right];\\
[cos(\theta_2 + \overline{\Delta\Theta}_2), cos(\theta_2 + \underline{\Delta\Theta}_2)] &= \left[\frac{a_2\,\underline{x}+b_2\,\underline{y}+c_2\,\underline{z}}{\sqrt{\overline{x}^2+\overline{y}^2+\overline{z}^2}}, \frac{a_2\overline{x}+b_2\overline{y}+c_2\,\overline{z}}{\sqrt{\underline{x}^2+\underline{y}^2+\underline{z}^2}}\right];\\
[\,d + \underline{\Delta D}, d + \overline{\Delta D}] &= \left[\sqrt{\underline{x}^2+\underline{y}^2+\underline{z}^2}, \sqrt{\overline{x}^2+\overline{y}^2+\overline{z}^2}\right].
\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Перейдем от интервальной системы уравнений (9) к двум трансцендентным системам уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
\cos(\theta_1 + \overline{\Delta\Theta}_1) &= \frac{a_1\,\underline{x}+b_1\,\underline{y}+c_1\,\underline{z}}{\sqrt{\overline{x}^2+\overline{y}^2+\overline{z}^2}};\\
\cos(\theta_2 + \overline{\Delta\Theta}_2) &= \frac{a_2\,\underline{x}+b_2\,\underline{y}+c_2\,\underline{z}}{\sqrt{\overline{x}^2+\overline{y}^2+\overline{z}^2}};\\
d + \underline{\Delta D} &= \sqrt{\underline{x}^2+\underline{y}^2+\underline{z}^2},
\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

$$\left.\begin{aligned}
\cos(\theta_1 + \underline{\Delta\Theta}_1) &= \frac{a_1\overline{x}+b_1\overline{y}+c_1\,\overline{z}}{\sqrt{\underline{x}^2+\underline{y}^2+\underline{z}^2}};\\
cos(\theta_2 + \underline{\Delta\Theta}_2) &= \frac{a_2\overline{x}+b_2\overline{y}+c_2\,\overline{z}}{\sqrt{\underline{x}^2+\underline{y}^2+\underline{z}^2}};\\
d + \overline{\Delta D} &= \sqrt{\overline{x}^2+\overline{y}^2+\overline{z}^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

Результатом совместного решения систем уравнений (10) и (11) является шестимерный вектор $\boldsymbol{R}$, компонентами которого являются искомые нижние $\underline{x}$, $\underline{y}$, $\underline{z}$ и верхние $\overline{x}$, $\overline{y}$, $\overline{z}$ границы интервалов координат ОС, т. е. $\boldsymbol{R} = \left[\underline{x} \;\; \underline{y} \;\; \underline{z} \;\; \overline{x} \;\; \overline{y} \;\; \overline{z}\right]^{\mathrm{T}}$.

Точность решения интервального уравнения определяется неопределенностью исходных данных и характеризуется шириной интервала $wid(\tilde{\alpha}) = \overline{\alpha} - \underline{\alpha}$ [13]. Введем показатель точности системы определения местоположения ОС. Поскольку для определения местоположения ОС используются три координаты показателем точности системы навигации являются трехмерный вектор погрешностей:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} wid(\tilde{x}) \\ wid(\tilde{y}) \\ wid(\tilde{z}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{x} - \underline{x} \\ \overline{y} - \underline{y} \\ \overline{z} - \underline{z} \end{bmatrix}. \qquad (12)$$

Рассмотрим пример определения координат ОС и найдем показатель точности решения навигационной задачи.

Пример: на борту КА установлена автономная система, предназначенная для определения местоположения ОС в системе координат $X_0Y_0Z_0$ (см. рисунок 1). Бортовая автономная система снабжена бортовыми вычислителем и измерительными средствами, которые способны измерять два угла «звезда-ОС» и расстояние до ОС. Предельно допустимые погрешности измерителей угла и расстояния находятся в диапазонах $\Delta\Theta_1 = \Delta\Theta_2 = \pm 6$ угл. мин и $\Delta D = \pm 10$ м. Орт первой звезды ($\boldsymbol{e_1}$) совмещен с осью Y_0, а орт второй звезды ($\boldsymbol{e_2}$) – с осью Z_0 (см. рисунок 2).

Направляющие косинусы навигационных звезд S_1 и S_2 принимают значения:

$$b_1 = c_2 = 1,\ a_1 = c_1 = a_2 = b_2 = 0.$$

В момент проведения измерений углы «звезда-ОС» и расстояние до ОС соответственно равны $\Theta_1 = 35^\circ, \Theta_2 = 65^\circ$ и $D = 10$ км. Предположим, что значения нижних и верхних границ интервалов координат ОС являются положительными величинами.

Требуется с помощью систем уравнений (10) и (11) определить интервальные координаты ОС, т. е. нижние и верхние границы интервалов координат ОС (компоненты вектора $\boldsymbol{R}$), а также показатель точности решения навигационной задачи (трехмерный вектор $\mathbf{W}$).

Найдем компоненты вектора $\boldsymbol{R}$, т. е. нижние $\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}$ и верхние $\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}$ границы интервалов координат ОС.

После объединения систем уравнений (10) и (11) и подстановки исходных данных в получаем:

$$\left.\begin{aligned}
\cos(35^\circ + 0{,}1^\circ) = \cos(35{,}1^\circ) = 0{,}8181 &= \frac{\underline{y}}{\sqrt{\overline{x}^2 + \overline{y}^2 + \overline{z}^2}};\\
\cos(65^\circ + 0{,}1^\circ) = \cos(65{,}1^\circ) = 0{,}4210 &= \frac{\underline{z}}{\sqrt{\overline{x}^2 + \overline{y}^2 + \overline{z}^2}};\\
10 - 0{,}01 = 9{,}99 &= \sqrt{\underline{x}^2 + \underline{y}^2 + \underline{z}^2};\\
cos(35^\circ - 0{,}1^\circ) = cos(34{,}9^\circ) = 0{,}8215 &= \frac{\overline{y}}{\sqrt{\underline{x}^2 + \underline{y}^2 + \underline{z}^2}};\\
cos(65^\circ - 0{,}1^\circ) = cos(64{,}9^\circ) = 0{,}4242 &= \frac{\overline{z}}{\sqrt{\underline{x}^2 + \underline{y}^2 + \underline{z}^2}};\\
10 + 0{,}01 = 10{,}01 &= \sqrt{\overline{x}^2 + \overline{y}^2 + \overline{z}^2}.
\end{aligned}\right\}$$

Результаты вычислений границ интервалов координат ОС и показателя точности решения навигационной задачи сведены в таблицу 1.

Таблица 1

Результаты вычислений

Характеристика	Интервальная координата ОС		
	$\tilde{x}$	$\tilde{y}$	$\tilde{z}$
Нижняя граница координаты, км	3,8588	8,1892	4,2142
Верхняя граница координаты, км	3,8701	8,2068	4,2378
Компонента показателя точности навигации, м	11,3	17,6	23,6

Полученные результаты вычислений свидетельствуют о том, что при выбранных исходных данных интервальные координаты ОС принимают значения:

$$\tilde{x} = [\underline{x}, \overline{x}] = [3{,}8588,\ 3{,}8701] \text{ км},$$

$$\tilde{y} = [\underline{y}, \overline{y}] = [8{,}1892,\ 8{,}2068] \text{ км},$$

$$\tilde{z} = [\underline{z}, \overline{z}] = [4{,}2142,\ 4{,}2378] \text{ км}.$$

Показателем точности решения задачи определения интервальных координат ОС позиционным методом являются трехмерный вектор (12), т. е.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \overline{x} - \underline{x} \\ \overline{y} - \underline{y} \\ \overline{z} - \underline{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11{,}3 \\ 17{,}6 \\ 23{,}6 \end{bmatrix},$$

значения компонент которого выражены в метрах.

Следовательно, при использовании интервального анализа с учетом выбранного состава измерительных приборов, погрешностей результатов измерений и расположения звезд на небесной сфере погрешность автономной навигации ОС не превышает 23,6 м.

Заключение

Для оперативного определения координат ОС при отсутствии достоверных сведений о законе распределения погрешностей измерений и наличии естественных или специально организованных возмущений на бортовую измерительную аппаратуру КА может найти применение математический

аппарат интервального анализа. Основной сферой применения этого аппарата является решение прикладных задач с интервальными неопределенностями и отсутствием достоверных исходных данных.

В статье изложен позиционный метод определения местоположения ОС, который базируется на аппарате интервального анализа, обеспечивающем представление координат ОС не в числовом, а в интервальном виде. Источниками информации, необходимой для решения навигационной задачи, являются результаты измерений двух углов «звезда-ОС» и расстояния между КА и ОС. Для нахождения интервальных координат ОС получена система уравнений, решение которой производится бортовыми вычислителями в течение интервала времени, равного единицам секунд.

В приведенном в статье примере с использованием предложенного метода определены интервальные координаты ОС. С целью установления точности решения навигационной задачи получены значения погрешностей, которые характеризуются шириной интервалов координат.

Предложенный метод может найти применение на этапе обоснования требований к автономным системам навигации КА и при разработке бортовой аппаратуры, предназначенной для оперативного определения ОС различного целевого назначения. Особую актуальность реализация этого метода имеет для бортовых систем управления беспилотных аппаратов различного назначения, вычислительные платформы которых характеризуются ограниченными возможностями.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Список источников

1. Аншаков Г.П., Голяков А. Д., Петрищев В. Ф., Фурсов В. А. Автономная навигация космических аппаратов. – Самара: ГНП РКЦ «ЦСКБ-Прогресс». – 2011. – 486 с.

2. Порфирьев Л.Ф., Смирнов В.В., Кузнецов В.И. Аналитические оценки точности автономных методов определения орбит. – М.: Машиностроение. – 1987. – 279 с.

3. Голяков А. Д., Ананенко В. М., Фоминов В. И. Системы навигации космических аппаратов. СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского. 2017. 269 с.

4. Эльясберг П. Е. Определение движения по результатам измерений. – М.: Наука. – 1976. – 416 с.

5. Isgadarov I.F., Faraev V. The application of statistical methods for statistical mathematics for imaging and analysis of satellite navigation. – Praga.: Sciences of Europe. – 2019. –№ 13. –Vol 2. – С. 38-49.

6. Конаков А.С., Шаврин В.В., Тисленко В.И., Савин А.А. Сравнительный анализ среднеквадратической погрешности определения координат объекта в бесплатформенной инерциальной навигационной системе при использовании различных алгоритмов нелинейной фильтрации // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2012. – № 1 (25). Часть 1. – С. 5 – 9.

7. Ксендзов А. В., Назарков Д. А. Повышение точности МНК в решении навигационных задач // Актуальные исследования. – 2021. – №50 (77). – С. 29 – 31.

8. Баженов А.Н., Жилин С.И., Кумков С.И., Шарый С.П. О терминологии и понятийной структуре обработки данных с интервальной неопределённостью. [Электронный документ]. Режим доступа URL: https://cdn.websiteeditor.net/cef40558e07d4eef8c29b78a5945738a/files/uploaded/Metodika26.III.2021.pdf. (Дата обращения: 13.05.2026).

9. Ведерников Ю.В., Ведерникова В.М., Сазыкин А.М. Способ повышения качества структурного построения систем контроля беспилотных летательных аппаратов // Вопросы оборонной техники. Серия 16. Технические средства противодействия терроризму. 2015. № 3–4 (81–82). С. 83 – 91.

10. Шокин Ю.И. Об интервальных задачах, интервальных алгоритмах и их трудоемкости // Вычислительные технологии. – 1996. – Том 1. – № 1. – С. 98 – 115.

11. Судник Ю.А., Сторчевой В.Ф. Анализ и синтез автоматических систем в

условиях неопределенности параметров мобильного объекта управления. – М.: Сборник научных трудов Международного научно-технического симпозиума «Современные инженерные проблемы ключевых отраслей экономики страны». – 2024. – С. 137–144.

12. Червяков А.А., Никульчев Е.В. Робастное интервальное прогнозирование временных рядов // International Journal of Open Information Technologies. – 2023. – Том. 11. – № 4. С. 122 – 128.

13. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. – Новосибирск: Издательство «XYZ». – 2026. – 677 с.

14. Орлов А.И. Основные идеи статистики интервальных данных // Научный журнал КубГАУ. – 2013. – № 94 (10). – С. 1 – 26.

15. Коржавина А.С., Князьков В.С. Реализация высокоточных вычислений в базисе модулярно-интервальной арифметики // Программные системы: теория и приложения. – 2019. – Т. 10. – № 3 (42). – С. 81 – 127.

16. Селезнев В.П., Кирст М.А. Системы навигации космических летательных аппаратов. – М.: Военное издательство министерства обороны СССР. – 1965. – 106 с.

17. Голяков А.Д., Фоминов В.И., Сасункевич А.А. Алгоритм оценивания параметров движения центра масс некооперируемого космического аппарата относительно сервисного космического робота на основе обработки бортовой измерительной информации // Труды ВКА. – 2022. – № 684. – С. 7-15.

18. Ананенко В.М., Голяков А.Д., Фоминов В.И. Оценивание погрешностей определения параметров движения некооперируемого орбитального объекта бортовыми средствами сервисного космического робота на геостационарной орбите // Труды МАИ. – 2024. – № 138. URL:https://trudymai.ru/published.php?ID=182677.

19. Голяков А.Д., Ананенко В.М. Методика оценивания коэффициента сохранения эффективности систем навигации и ориентации летательного аппарата в условиях его летной эксплуатации // Труды МАИ. – 2025. – № 145. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=186890.

20. Вернигора Л.В., Казмерчук П.В., Сысоев В.К., Дмитриев А.О. Методика

измерения координат лунных посадочных станций с помощью оптических телевизионных средств космических аппаратов // Труды МАИ. – 2020. – № 114. DOI: 10.34759/trd-2020-114-12.

21. Липанов И. Д., Хомоненко А. Д., Молодкин И. А. Сравнительный анализ методов точного позиционирования беспилотных летательных аппаратов // Интеллектуальные технологии на транспорте. – 2025. – № 1 (41). – С. 27–36. DOI: 10 .20295/2413-2527-2025-141-27-36.

22. Шалунов С.Б. Алгоритм определения координат БПЛА по двум дальностям до наземных станций // Труды МАИ. – 2026. – № 146. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=187457.

References

1. Anshakov G.P., Golyakov A.D., Petrishchev V.F., Fursov V.A. Autonomous navigation of spacecraft. - Samara: GNP RCC "TsSKB-Progress." – 2011. - 486 p.

2. Porfiryev L.F., Smirnov V.V., Kuznetsov V.I. Analytical estimates of the accuracy of autonomous methods for determining orbits. - M.: Mechanical engineering. – 1987. - 279 p.

3. Golyakov A.D., Ananenko V.M., Fominov V.I. Spacecraft navigation systems. St. Petersburg: VKA named after A.F. Mozhaisky. 2017. 269 pp.

4. Eliasberg P.E. Determination of motion based on measurement results. - M.: Science. – 1976. - 416 s.

5. Isgadarov I.F., Faraev V. The application of statistical methods for statistical mathematics for imaging and analysis of satellite navigation. – Praga.: Sciences of Europe. – 2019. –№ 13. –Vol 2. – C. 38-49.

6. Konakov A.S., Shavrin V.V., Tislenko V.I., Savin A.A. Comparative analysis of the mean square error of determining the coordinates of an object in a platform inertial navigation system using various nonlinear filtering algorithms//Reports of Tomsk State University of Control Systems and Radio Electronics. – 2012. – № 1 (25). Part 1. - S. 5 - 9.

7. Ksendzov A.V., Nazarkov D.A. Improving the accuracy of MNK in solving navigation problems//Actual research. – 2021. – №50 (77). - S. 29 - 31.

8. Bazhenov A.N., Zhilin S.I., Kumkov S.I., Shary S.P. On terminology and conceptual structure of data processing with interval uncertainty. [Electronic document]. URL access mode: https://cdn.websiteeditor.net/cef40558e07d4eef8c29b78a5945738a/files/uploaded/Metodika26.III.2021.pdf. (Accessed: 13.05.2026).

9. Vedernikov Yu.V., Vedernikova V.M., Sazykin A.M. A way to improve the quality of structural construction of unmanned aerial vehicle control systems//Defense technology issues. Series 16. Technical means of countering terrorism. 2015. № 3–4 (81–82). S. 83-91.

10. Shokin Yu.I. On interval problems, interval algorithms and their labor intensity//Computing technologies. – 1996. - Volume 1. – № 1. - S. 98-115.

11. Sudnik Yu.A., Storcheva V.F. Analysis and synthesis of automatic systems in conditions of uncertainty of the parameters of the mobile control object. - M.: Collection of scientific works of the International Scientific and Technical Symposium "Modern engineering problems of key sectors of the country's economy." – 2024. - S. 137-144.

12. Chervyakov A.A., Nikulchev E.V. Robust interval forecasting of time series//International Journal of Open Information Technologies. – 2023. - Volume. 11. – № 4. S. 122-128.

13. Shary S.P. Finite-dimensional interval analysis. - Novosibirsk: Publishing house "XYZ." – 2026. - 677 s.

14. Orlov A.I. The main ideas of interval data statistics//Scientific Journal of KubSAU. – 2013. – № 94 (10). - S. 1 - 26.

15. Korzhavina A.S., Knyazkov V.S. Implementation of high-precision calculations in the basis of modular interval arithmetic//Software systems: theory and applications. – 2019. - T. 10. – № 3 (42). - S. 81-127.

16. Seleznev V.P., Kirst M.A. Spacecraft navigation systems. - M.: Military Publishing House of the USSR Ministry of Defense. – 1965. - 106 s.

17. Golyakov A.D., Fominov V.I., Sasunkevich A.A. Algorithm for estimating the motion parameters of the center of mass of a non-operated spacecraft relative to a service space robot based on processing on-board measuring information//Proceedings of the AAGB. – 2022. – № 684. - S. 7-15.

18. Ananenko V.M., Golyakov A.D., Fominov V.I. Estimation of errors in determining the motion parameters of a non-operated orbital object by on-board means of a service space robot in geostationary orbit//Proceedings of the Moscow Aviation Institute. – 2024. – № 138. URL:https://trudymai.ru/published.php?ID=182677.

19. Golyakov A.D., Ananenko V.M. Methodology for assessing the coefficient of preservation of the efficiency of navigation systems and orientation of the aircraft in the conditions of its flight operation//Proceedings of the Moscow Aviation Institute. – 2025. – № 145. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=186890.

20. Vernigora L.V., Kazmerchuk P.V., Sysoev V.K., Dmitriev A.O. Methodology for measuring the coordinates of lunar landing stations using optical television spacecraft//Proceedings of the Moscow Aviation Institute. – 2020. – № 114. DOI: 10.34759/trd-2020-114-12.

21. Lipanov I.D., Khomonenko A.D., Molodkin I.A. Comparative analysis of methods for accurate positioning of unmanned aerial vehicles//Intelligent technologies in transport. – 2025. – № 1 (41). – С. 27–36. DOI: 10 .20295/2413-2527-2025-141-27-36.

22. Shalunov S.B. Algorithm for determining UAV coordinates over two ranges to ground stations//Proceedings of the Moscow Aviation Institute. – 2026. – № 146. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=187457.

Информация об авторах

Алексей Дмитриевич Голяков, д.т.н, профессор, профессор кафедры автономных систем управления ракет-носителей и космических аппаратов, Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского; г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: vka@mil.ru

Антон Викторович Зубков, к.т.н., преподаватель кафедры автономных систем управления ракет-носителей и космических аппаратов, Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского; г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: vka@mil.ru

Information about the authors

Alexey D. Golyakov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Autonomous Control Systems of Launch Vehicles and Spacecraft, Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia; e-mail: vka@mil.ru

Anton V. Zubkov, Candidate of Technical Sciences, lecturer at the Department of Autonomous Control Systems of Launch Vehicles and Spacecraft, Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia; e-mail: vka@mil.ru

Получено 23 июня 2026 ● Принято к публикации 08 сентября 2026 ● Опубликовано 28 октября 2026
Received 23 June 2026 ● Accepted 08 September 2026 ● Published 28 October 2026