УДК 389+681.325

Система генерации тестовых сигналов для определения метрологических характеристик программного обеспечения испытательных систем

А.Л.Штундер

Аннотация

Объект исследования в настоящей работе – компьютерная система генерации тестовых сигналов, подаваемых на систему обработки данных автоматизированных испытательных систем. Целью исследований является разработка идеологии и аналитических решений создания компьютерной системы, для получения оценочных значений метрологических характеристик программного обеспечения автоматизированных испытательных систем.

В процессе выполнения работы проведен анализ измерительных систем, синтезирован алгоритм построения моделей тестовых сигналов, реализуемых компьютерной системой, и установлены ее основные метрологические характеристики, учитывающие неисключаемые шумы и методическую составляющую.

Ключевые слова:

средство измерений; программное обеспечение средств измерений; измерительная система; аттестация программного обеспечения

1 Постановка задачи разработки компьютерной системы генерации тестовых сигналов для определения метрологических характеристик программного обеспечения автоматизированных испытательных систем

Для решения задач испытаний изделий ракетно-космической техники в настоящее время применяются автоматизированные испытательные системы, в которых существенным этапом получения результатов измерений является сложная обработка реализаций цифровых сигналов с применением современной вычислительной техники. В состав автоматизированной испытательной системы (АИС) наряду с аналоговыми преобразователями сигналов (измерительные преобразователи, электрические цепи с сосредоточенными и распределенными параметрами и т.д.) входят аналого-цифровые преобразователи (АЦП) и электронно-вычислительная машина (ЭВМ), осуществляющая обработку цифровых сигналов.

Функциональная схема АИС представлена на рисунке 1.

Рисунок 1 – функциональная схема АИС

Источником входного сигнала S(2) АИС, содержащего информацию об измеряемых параметрах, являются первичные преобразователи, контролирующие различные параметры испытываемого изделия (1) вместе с системой передачи сигнала (2).

АИС состоит из двух основных частей:

- приемника сигнала, состоящего из аналогового блока преобразователей сигнала (3) и аналого-цифрового преобразователя (4), на выходе которого получается цифровой сигнал S(4), поступающий на систему обработки данных;
- системы обработки данных (5), главной функциональной частью, которой является программное обеспечение (ПО АИС), посредством которого на ЭВМ вычисляются значения измеряемых параметров S(5) по реализации цифрового сигнала S(4).

Достижения современной вычислительной техники дают большие возможности реализовывать достаточно сложные алгоритмы обработки больших потоков цифровых данных и, как следствие, реализовывать при создании АИС недоступные ранее физические и математические методы. Это дает возможность измерять характеристики объектов, которые невозможно измерить с помощью обычных средств измерений (СИ). В данном случае ПО АИС осуществляет преобразование реализаций промежуточного цифрового сигнала в восстановленные значения параметров РЖ и является самостоятельным функциональным блоком АИС.

Определение МХ АИС [1] как единого целого с использованием натурного входного сигнала S(2) может быть сильно затруднено и даже практически невозможно по следующим причинам:

- отсутствие объекта измерения, у которого известны значения измеряемых параметров с определенной точностью (например, эталонная емкость);

- отсутствие средств измерений, позволяющих независимо от АИС получить значения необходимых параметров объекта измерения с достаточной точностью;

- сложность и высокая стоимость проведения каждого измерительного эксперимента, что может не позволить провести многократные испытания, чтобы получить выборку достаточного объема для статистической обработки данных.

Ввиду нецелесообразности определения МХ АИС как единого целого проводится поэлементное определение. Основным способом получения значений МХ АИС в этом случае является их расчет на основании результатов отдельных функциональных блоков, из которых состоит АИС. Значения МХ аналогового блока и блока АЦП, входными сигналами которых являются аналоговые сигналы, определяются экспериментальным путем.

При постановке задачи определения МХ ПО АИС как функционального блока АИС необходимо отметить следующее:

- для получения значений МХ ПО АИС принципиально возможно применение аналитического метода, так как разработка алгоритма ПО АИС предполагает наличие определенной математической модели цифрового сигнала, поступающего на систему обработки. Параметрами модели должны быть соответствующие параметры исследуемого физического объекта;

- получение явных аналитических выражений для МХ ПО АИС, пригодных для вычисления их значений и исследования зависимостей, является сложной и, как правило, невыполнимой задачей по следующим причинам:

а) сложность исследуемого объекта и приемника сигнала, требующих для своего описания сложных моделей, и, как следствие, привлечения достаточно сложных разделов математики даже в случае детерминированных моделей;

б) сложность алгоритма ПО АИС и отсутствие в большинстве случаев явной аналитической зависимости вычисленных значений параметров объекта и МХ ПО АИС от цифровых отсчетов сигнала S(4), подаваемого на систему обработки (например, в случаях применения итерационных процедур, методов регрессионного анализа и т. д.).

- реальным способом получения значений МХ ПО АИС является их экспериментальное определение по результатам применения ПО к обработке некоторого контрольного сигнала, соответствующего сигналу, подаваемому на систему обработки;

- использование в качестве источника контрольного цифрового сигнала S(4) аналого-цифрового генератора (т.е. системы из аналогового генератора и АЦП) возможно только в исключительных случаях, ввиду большой сложности как создания таких устройств, удовлетворяющих необходимым требованиям, так и постановки задачи их метрологического обеспечения;

- наиболее подходящим источником контрольного цифрового сигнала S(4) является компьютерная система генерации цифровых отсчетов, соответствующих принятой математической модели сигнала S(4) подаваемого на систему обработки;

Так как главной функциональной частью компьютерной системы генерации цифрового сигнала (КСГЦС) является программное обеспечение, а ЭВМ является детерминированным исполнительным элементом, выполняющим команды программы, то определение МХ КСГЦС по своему смыслу является определением метрологических характеристик ПО КСГЦС.

Определение метрологических характеристик ПО АИС с применением КСГЦС открывает следующие возможности:

- использование задаваемых модельных значений параметров объекта в качестве действительных значений измеряемых величин, которые могут быть введены в ЭВМ с высокой точностью, определяемой программно установленным форматом входных данных;

- моделирование идеальных преобразователей сигналов, т.е. устройств, осуществляющих преобразование сигналов с минимальным уровнем принципиально неисключаемого шума (например, шума дискретизации) или даже с отсутствием шума (типовой аналоговый функциональный преобразователь сигнала);

- моделирование искажений сигнала и случайных шумов с заданными значениями параметров, возникающих при прохождении сигнала через реальные устройства;

- возможность многократного воспроизведения (при фиксированных значениях инициализирующих параметров) реализаций псевдослучайных последовательностей чисел, определяющих реализации стохастического тестового сигнала и реализации стохастических процедур обработки данных. Это дает возможность более глубокого изучения свойств МХ ПО АИС;

- так как ЭВМ есть детерминированное цифровое устройство, то все реализации одной версии КСГТС и ПО АИС на любых ЭВМ соответствующего класса тождественны с точки зрения метрологии, т.е. отсутствует понятие экземпляра объекта. Следствием этого является отсутствие понятия систематической составляющей погрешности как случайной величины на множестве средств измерений данного типа (ГОСТ 8.009-84). В данном случае соответствующим понятием является смещение результата измерения, определенное в п. 3.5, которое в дальнейшем будет употребляться в качестве понятия систематической составляющей погрешности;

- так как ЭВМ и ПО не подвержены воздействию влияющих величин, то отсутствует разделение погрешности на основную и дополнительную (ГОСТ 8.009-84);
- реализации выходного сигнала, являясь результатом работы ЭВМ под управлением программы, не подвержены воздействию влияющих факторов и могут генерироваться и накапливаться в любом необходимом количестве, ограничиваемом лишь памятью и вычислительной производительностью применяемой ЭВМ.

Значения параметров искажений сигнала и дополнительных шумов отдельных блоков АИС, учитываемых в модели тестового сигнала, определяются в процессе метрологических исследований соответствующих блоков. При этом для получения значений МХ применяются специальные стенды, содержащие рабочие эталоны и реализующие схемы передачи единиц величин от эталонов к преобразователям. В состав стендов входят генераторы специальных сигналов, соответствующих классу рабочих входных сигналов испытываемых устройств. Полученные значения МХ далее передаются в КСГТС как параметры модели сигнала.

Определение метрологических характеристик функциональных блоков АИС проводится по соответствующей нормативной и методической документации. Проведение испытаний аналоговых блоков АИС в большинстве случаев возможно на основе традиционного и достаточно проработанного в настоящее время подхода к определению динамических характеристик стационарных систем. Такой подход позволяет с помощью существующих эталонных мер оценить погрешности коэффициента передачи сигналов и необходимые параметры искажений и шумов.

2 Синтез модели тестового сигнала компьютерной системы генерации тестовых сигналов

Для получения значений МХ ПО АИС источник натурного сигнала (блоки (1)-(4) на рисунке 1) заменяется источником модельного сигнала, т.е. КСГТС. Для разработки КСГТС необходима физическая модель всей системы измерения, учитывающая все необходимые параметры блоков, в соответствии с которой должна быть построена математическая модель тестового сигнала, реализуемая на ЭВМ. Здесь может потребоваться детализация модели в большей степени, чем для разработки ПО АИС, где требуется зависимость только от параметров, явно определяющих алгоритм обработки [2].

Рассмотрим алгоритм построения модели тестового сигнала в соответствии с рисунком 2. Обозначения соответствуют рисункам 1 и 2.

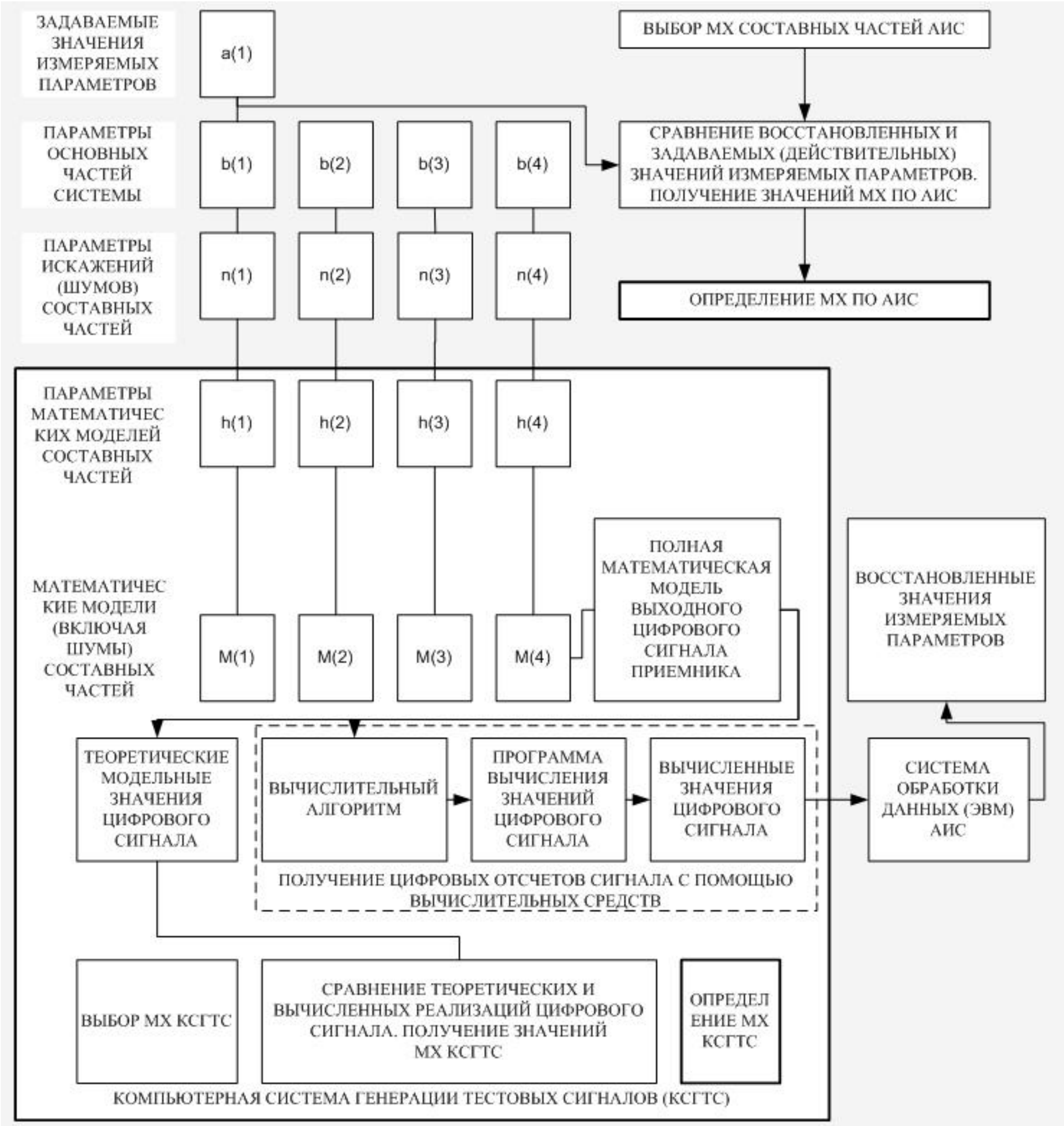

Рисунок 2 - алгоритм построения модели тестового сигнала

Исходными являются следующие физические модели:

1) Основная физическая модель исследуемого объекта, параметрами которой является установленный в соответствии с задачей разработки АИС набор $a^{(1)}$ измеряемых параметров объекта:

$$a^{(1)} = (a_1^{(1)}, a_2^{(1)}, \dots). \qquad 1)$$

Для отдельно взятого параметра объекта используется обозначение: $a \in a^{(1)}$.

В число параметров модели входит также набор $b^{(1)}$ вспомогательных параметров объекта, которые не являются измеряемыми величинами (это могут быть внешние параметры системы, влияющие факторы и т.д.):

$$b^{(1)} = (b_1^{(1)}, b_2^{(1)}, \ldots). \qquad 2)$$

Значения этих параметров могут быть заданы, а могут быть априорно неизвестными и восстанавливаться в процессе обработки сигнала.

2) Физическая модель процесса получения исходного сигнала S(1) исследуемого объекта (1). Исследуемый объект может быть сам источником сигнала как носителя информации (электрического сигнала в цепях, волнового сигнала в пространственно распределенных системах и т.д.), или осуществлять преобразование сигнала внешнего источника, но это не существенно для построения модели сигнала S(1), так как в обоих случаях в нем должна содержаться информация об измеряемых параметрах «а» исследуемого объекта. Физические параметры, используемые для описания сигнала S(o) можно рассматривать как часть параметров $b^{(1)}$ исследуемого объекта.

3) Физическая модель процессов, не учитываемых в основной физической модели объекта, являющихся причиной искажений (дополнительных шумов) с параметрами $n^{(1)}$ вносимых в исходный сигнал объекта S(1) [3]:

$$n^{(1)} = (n_1^{(1)}, n_2^{(1)}, \ldots). \qquad 3)$$

4) Модель системы передачи сигнала от исследуемого объекта к приемнику АИС (линии связи, физические поля и т.д.) с параметрами $b^{(2)}$:

$$b^{(2)} = (b_1^{(2)}, b_2^{(2)}, \ldots). \qquad 4)$$

Модель может включать в себя модель искажений (дополнительных шумов) сигнала с параметрами $n^{(2)}$:

$$n^{(2)} = (n_1^{(2)}, n_2^{(2)}, \ldots). \qquad 5)$$

Область числовых значений параметров $a^{(1)}, b^{(1)}, b^{(2)}$, а также параметров шумов $n^{(1)}, n^{(2)}$ определяется параметрами физических объектов, соответствующих области применения АИС.

5) Физическая модель аналогового блока приемника включает в себя модели аналоговых устройств (измерительные преобразователи, цепи, фильтры и т.д.), осуществляющих преобразование входного сигнала АИС в сигнал, поступающий на АЦП приемника. Параметрами аналогового блока будут параметры $b^{(3)}$ основной модели:

$$b^{(3)} = (b_1^{(3)}, b_2^{(3)}, ...). \quad 6)$$

и параметры искажений (дополнительного шума) $n^{(3)}$:

$$n^{(3)} = (n_1^{(3)}, n_2^{(3)}, ...). \quad 7)$$

В состав блока могут входить функционально выделенные устройства, преобразующие аналоговый сигнал в аналоговый, состоящие из последовательно соединенных АЦП, устройств преобразования промежуточного цифрового сигнала и ЦАП. Такие устройства можно рассматривать и моделировать как аналоговые компоненты блока.

6) Модель АЦП как функционального блока АИС включает в себя модель собственно АЦП (т.е. дискретизирующего устройства с определенным процессом округления значений сигнала), а также модели преобразователей аналогового сигнала (фильтры, масштабные преобразователи и т.д.) и цифрового сигнала (преобразователи кода, мультиплексоры и т.д.), входящих в состав блока. Необходимо заметить, что шум округления собственно АЦП не является дополнительным шумом блока, так как его присутствие есть неотъемлемая часть процесса преобразования аналогового сигнала в цифровой. Алгоритм, соответствующий модели АЦП, в любом случае будет автоматически учитывать шум округления как неисключаемый шум преобразования данных. Параметры этого шума (например, число разрядов АЦП, уровни среза, параметры выходного цифрового формата и т.д.) входят в число основных параметров $b^{(4)}$ блока АЦП [4]:

$$b^{(4)} = (b_1^{(4)}, b_2^{(4)}) \; . \quad 8)$$

Дополнительный шум АЦП описывается параметрами $n^{(4)}$

$$n^{(4)} = (n_1^{(4)}, n_2^{(4)}). \quad 9)$$

Источником численных значений основных параметров $b^{(3)}, b^{(4)}$ и параметров дополнительных шумов $n^{(3)}, n^{(4)}$ блоков (3), (4) как аппаратурной части АИС является соответствующая техническая документация и результаты испытаний блоков и компонентов.

Далее в соответствии с принятыми физическими моделями функциональных блоков производится построение соответствующих математических моделей блоков (1)-(4) и промежуточных сигналов $S^{(1)} - S^{(3)}$. На этом этапе могут быть введены математические характеристики (классы функций и т.д.) и параметры $h^{(1)} - h^{(4)}$ математических моделей, не являющиеся физическими параметрами:

$$h^{(i)} = (h_1^{(i)}, h_2^{(i)}, ...); i = 1,...,4. \quad 10)$$

Модели $M^{(2)}$-$M^{(2)}$ составляют полную математическую модель цифрового сигнала S(4) подаваемого на систему обработки данных АИС [5].

В случае необходимости допускается в полной модели сигнала S(4) представлять дополнительные шумы группы блоков, осуществляющих последовательное преобразование сигнала, в виде модели эквивалентного шума выходного преобразованного сигнала с соответствующим набором параметров.

Для реализации на ЭВМ полной математической модели цифрового сигнала S(4) разрабатывается вычислительный алгоритм. Необходимо заметить, что в ряде случаев реализация аналитических выражений в виде вычислительного алгоритма возможна только в приближенном виде (например, вычисление интегралов, пределов и т.д.)[6].

Для вычислительного алгоритма составляется компьютерная программа вычисления значений цифрового сигнала, которая, в свою очередь, может реализовывать вычислительный алгоритм также в приближенном виде (например, по причине ограниченного числа возможных итераций и т.д.). Кроме того, вычислительные операции, производимые ЭВМ, могут иметь погрешность, связанную с ограниченностью разрядной сетки, вычислениями в формате с плавающей точкой, приближенным вычислением трансцендентных функций.

Погрешность тестового сигнала КСГТС представляется следующими составляющими, указанными выше:

- погрешность вычислительного алгоритма;
- погрешность программы вычисления;
- погрешность вычислительных операций.

В качестве МХ для аттестации КСГТС должны быть выбраны характеристики отклонения вычисленных реализаций Q тестового сигнала $Q = (Q_1,...,Q_N)$

от теоретических модельных реализаций

$\tilde{Q} : \tilde{Q} = \left(\tilde{Q}_1,...,\tilde{Q}_N\right)$,

где $Q_1,...,Q_N$, $\tilde{Q}_1,...\tilde{Q}_N$ - значения тестового и модельного сигналов в моменты отсчетов АЦП; N - число отсчетов в реализации сигнала.

Для КСГТС устанавливаются следующие метрологические характеристики:

- абсолютное среднее квадратическое отклонение (СКО) $\sigma[Q]$ отсчетов тестового сигнала;
- относительное СКО $\lambda[Q]$ отсчетов тестового сигнала.

Указанные характеристики имеют следующий физический смысл [7]:

$(\sigma[Q])^2$ есть величина, пропорциональная мощности шума, эквивалентного погрешности отсчетов тестового сигнала;

$(\lambda[Q])^2$ есть отношение мощностей эквивалентного шума и сигнала.

Для однокомпонентных (скалярных) моделей тестового сигнала с шумовой составляющей в виде стационарного эргодического случайного процесса МХ КСГТС определяются следующими соотношениями [8],[9]:

$$\sigma[Q] = \sqrt{M(\Delta Q_i)^2}; \tag{11)}$$

$$\lambda[Q] = \frac{\sigma[Q]}{S[Q]}; \tag{12)}$$

$$S_N[Q] = -20\lg \lambda[Q]; \tag{13)}$$

где $\Delta Q_i = Q_i - \tilde{Q}_i$ - отклонение вычисленного значения отсчета от теоретического значения; $S[Q] = \sqrt{M(Q_i^2)}$ - среднеквадратическое значение отсчетов сигнала; M - символ операции математического ожидания по множеству реализаций сигнала. Для стационарного процесса MQ_i^2 и $M(\Delta Q_i)^2$ не зависят от номера отсчета сигнала.

Для многокомпонентных (векторных) моделей стационарного эргодического случайного сигнала МХ определяются также выражениями (11)-(13) при следующей замене [10]:

$$\sigma[Q] = \sqrt{M\sum_{j=1}^{m}\left(\Delta Q_i^j\right)^2}; \tag{14)}$$

$$S[Q] = \sqrt{M\sum_{j=1}^{m}\left(Q_i^j\right)^2}, \tag{15)}$$

где j - индекс компоненты сигнала; m - число компонент векторного сигнала.

3. Методика определения метрологических характеристик программного обеспечения автоматизированной испытательной системы с применением компьютерной системы генерации тестовых сигналов

3.1 Система обработки данных АИС вычисляет на ЭВМ посредством ПО АИС восстановленные значения A измеряемых параметров a как функции отсчетов тестового сигнала:

$$A = A(Q) = A(Q_1, ..., Q_N). \tag{16)}$$

3.2 Натурный цифровой сигнал, поступающий на систему обработки данных АИС с выхода приемника, содержит искажения и случайные шумы, вносимые составными частями приемника. Кроме того, сигнал от исследуемого объекта, поступающий на вход приемника, всегда содержит неопределенности различных типов, обусловленные физической природой как самого сигнала, так и системы передачи сигнала от источника к приемнику. Таким образом, в общем случае сигнал на выходе приемника есть случайная функция. Тогда восстановленные значения *A(Q)* измеряемых параметров, как функции реализаций стохастического сигнала будут выборочными значениями A_i случайной величины A:

$$A_i = A\left(Q^{(i)}\right), \tag{17}$$

где A_i- восстановленное по i-й реализации сигнала значение параметра a; $Q^{(i)} = \left(Q_1^{(i)} ..., Q_N^{(i)}\right)$- реализация стохастического тестового сигнала; i - индекс реализации.

3.3 Получение восстановленных значений измеряемых параметров системой обработки данных АИС на тестовом сигнале КСГТС есть процесс измерения, в котором A_i, есть результат наблюдения; априорно известное значение измеряемого параметра a имеет смысл действительного значения измеряемой величины. Отклонениями результата наблюдения ΔA_i, будут разности:

$$\Delta A_i = A_i - a, \tag{18}$$

которые в общем случае (17) будут выборочными значениями случайной величины ΔA [10].

Отклонения ΔA_i, есть полные отклонения, учитывающие погрешность собственно ПО АИС как инструментальную погрешность, методическую погрешность, а также погрешности, вызванные неисключаемыми и дополнительными шумами функциональных блоков, учитываемыми в модели тестового сигнала.

Множество полученных значений ΔA_i, для всех наборов значений задаваемых параметров есть исходные данные для получения значений МХ ПО АИС.

Эти показатели должны быть обеспечены в процессе применения АИС во всей установленной области значений измеряемых и влияющих параметров. Для этого необходимо знать вероятностное распределение отклонений ΔA_i.

3.4 Во многих случаях тестовый сигнал есть сумма детерминированного сигнала и стохастического шумового сигнала с некоррелированными или слабокоррелированными отсчетами. Тогда случайная часть отклонений ΔA_i, рассматриваемая как функция значений шумового сигнала, будет суммой вклада всех случайных отсчетов шума. В силу центральной предельной теоремы теории вероятностей случайная величина ΔA при большом числе отсчетов будет стремиться к нормальному распределению. Реализации стохастических сигналов, обрабатываемые ПО АИС, как правило, достаточно длинные ($10^2 \div 10^5$ и более отсчетов) Условие нормальности практически хорошо выполняется уже для реализаций с 12 отсчетами.

Программа восстановления значений измеряемых параметров может также иметь стохастический характер (например, при применении метода Монте-Карло). В таком случае отклонения ΔA_i будут выборочными значениями случайной величины ΔA даже при детерминированном тестовом сигнале. Однако, здесь применение центральной предельной теоремы требует обоснования для каждого случая.

3.5 Выбор МХ ПО АИС как конечного блока АИС, выходным сигналом которого являются результаты измерений, определяется в зависимости от постановки задачи МА АИС. При МА ПО АИС с применением КСГТС значения метрологических характеристик ПО АИС как функций отсчетов тестового сигнала будут функциями параметров модели сигнала, в том числе, метрологических характеристик блоков АИС как параметров шумов функциональных блоков. В этом случае МХ ПО АИС будут характеристиками суммарных погрешностей, вносимых всеми блоками и компонентами, шумы которых учтены в модели тестового сигнала КСГТС, и будут определять МХ АИС в целом. Таким образом, построение модели тестового сигнала и выбор МХ ПО АИС - очень ответственные моменты, требующие проведения теоретических и экспериментальных исследований поставленной задачи измерений как задачи физики и как задачи математического моделирования.

В случае измерений одномерных параметров a для обеспечения стандартных показателей точности измерений по МИ 1317-86 в соответствии с ГОСТ 8.009-84 и ГОСТ 16263-70 устанавливаются следующие метрологические характеристики ПО АИС:

- средняя квадратическая погрешность измерения (СКП) $S_{\sum}\ [A]$;

- значение систематической составляющей $\Delta_S A$, которая в данном случае определяется как смещение, равное математическому ожиданию $M[\Delta A]$ отклонения ΔA;

- среднее квадратическое отклонение (СКО) $\sigma[\Delta A]$ случайной составляющей $\Delta_q A$ погрешности,

- интервал $[(\Delta A)_{min,}\ (\Delta A)_{max}]$, в котором с установленной вероятностью находится суммарная погрешность измерения;

- функция или плотность распределения вероятности случайной составляющей погрешности.

3.6 Для случая, когда отклонения ΔA распределены по нормальному закону, в соответствии с ГОСТ 8.207-76 и с учетом особенностей МА ПО АИС с применением КСГТС приводятся следующие соотношения для получения численных значений МХ ПО АИС.

3.6.1 Оценка $\tilde{S}_{\sum}[A]$ средней квадратической погрешности (СКП) непосредственно вытекает из определения суммарного отклонения ΔA_i, восстановленных значений измеряемых параметров и есть оценка второго нецентрального момента, определяемая соотношением [11]:

$$\tilde{S}_{\sum}[A] = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\Delta A_i)^2}, \qquad 19)$$

где n - число обработанных реализаций сигнала (число наблюдений).

3.6.2 Оценка $\tilde{\Delta} s\,A$, систематической составляющей $\Delta s\,A$ погрешности измерений параметра a определена формулой:

$$\tilde{\Delta} s\,A = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta A_i. \qquad 20)$$

3.6.3 Оценка $\tilde{\sigma}[\Delta A]$ среднего квадратического отклонения $\sigma[\Delta A]$ случайной составляющей погрешности определена формулой:

$$\tilde{\sigma}[\Delta A] = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\Delta_q A_i\right)^2}. \qquad 21)$$

где $\Delta_q A_i = \Delta A_i - \tilde{\Delta} sA$ - случайная составляющая отклонений ΔA_i.

3.6.4 Соотношения для границ $(\Delta A)_{min}$, $(\Delta A)_{max}$ доверительного интервала суммарной погрешности измерения выводятся на основании следующих фактов теории вероятностей.

Известно [12], что для нормально распределенной величины ΔА случайная величина

$$\frac{n-1}{\sigma^2[\Delta A]}\tilde{\sigma}^2[\Delta A] \qquad 22)$$

подчиняется χ^2-распределению с *n-1* степенями свободы. Тогда $\sigma_p[\Delta A]$ - верхняя граница одностороннего доверительного интервала для $\sigma[\Delta A]$ определяется из соотношения:

$$\sigma_p[\Delta A] = z\tilde{\sigma}[\Delta A]. \qquad 23)$$

Коэффициент z определяется из соотношения

$$z = \sqrt{\frac{n-1}{x}}, \qquad 24)$$

где x - квантиль распределения χ^2 с n - 1 степенями свободы, при односторонней доверительной вероятности p.

Тогда формулы, определяющие границы доверительных интервалов для ΔA

$$\left(\tilde{\Delta} A\right)_{\min} = \tilde{\Delta}_s A - \sigma_p\left[\Delta A\right]; \left(\tilde{\Delta} A\right)_{\max} = \tilde{\Delta}_s A + \sigma_p\left[\Delta A\right] , \quad 25)$$

после подстановки выражения в выражение (23) принимают окончательный вид:

$$\left(\tilde{\Delta} A\right)_{\min} = \tilde{\Delta}_s A - z\sigma\left[\Delta A\right] ; \quad 26)$$

$$\left(\tilde{\Delta} A\right)_{\max} = \tilde{\Delta}_s A + z\sigma\left[\Delta A\right] . \quad 27)$$

В соответствии с ГОСТ 8.207-76 принимается значение доверительной вероятности P, равное 0,95 (кроме особых случаев, указанных в ГОСТ 8.207-76).

Значения коэффициента z приведены в таблице 2.3 [13]

3.6.5 Минимальное число n обрабатываемых реализаций тестового сигнала определяется как функция величины ξ - показателя точности определения значения СКП:

$$n = \frac{1\psi^2}{2\xi^2} \quad 28)$$

где ξ - относительное СКО средней квадратической погрешности $S_{\sum}\left[A\right]$; ψ - множитель, учитывающий априорную информацию о величине неисключенной систематической составляющей погрешности ΔA, имеющий в случае нормального распределения отклонений ΔA вид:

$$\psi = \frac{\sqrt{1+2\alpha}}{1+\alpha} , \quad 29)$$

где $\alpha = \frac{\left(\Delta\tilde{A}\right)^2}{\tilde{\sigma}^2\left[\Delta A\right]}$ - отношение средних квадратических значений систематической и случайной составляющих погрешности ΔA. При отсутствии априорной информации о наличии систематической составляющей $\tilde{\Delta}_s A$ погрешности ΔA вычисление n производится при максимальном значении $\psi = 1$, соответствующем $\alpha = 0$, по формуле:

$$n = \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2} , \quad 30)$$

Учет неисключенной систематической составляющей погрешности в множителе ψ при $\alpha \geq 0.2$ позволяет уменьшить число n обрабатываемых реализаций на 10% и более.

Так как для вычисления ξ как показателя точности определения погрешности достаточно первого неисчезающего приближения по n, то при выводе формулы для n

моменты ν_1, ν_2, ν_4, а также центральные моменты μ_2, μ_3, μ_4 случайной величины ΔA заменяются соответствующими выборочными моментами.

Для этого используются соотношения, вытекающие из приведенных выше определений:

$$M(\Delta A) = \nu_1; \qquad 31)$$

$$M\left(S_{\sum}[A]\right)^2 = M(\Delta A)^2 = \nu_2; \qquad 32)$$

$$M(\Delta A)^4 = \nu_4; \qquad 33)$$

$$M\left(\tilde{\sigma}^2[\Delta A]\right) = M\left(\Delta_q A\right)^2 = \mu_2. \qquad 34)$$

Вывод формулы для *n* основан на применении приближенной формулы для математического ожидания функции от случайной величины X ([14] п. 5.2.3):

$$M[f(X)] \approx f[MX]$$

Последовательное применение этой формулы к исходному отношению, определяющему ξ, приводит к результату:

$$M(\Delta A) = \nu_1; \xi = M\frac{\sqrt{\left(S_{\sum}[A] - MS_{\sum}[A]\right)^2}}{S_{\sum}[A]} = \frac{1}{MS_{\sum}[A]}M\sqrt{\frac{\left(\left(S_{\sum}[A]\right)^2 - M\left(S_{\sum}[A]\right)^2\right)^2}{\left(S_{\sum}[A] + MS_{\sum}[A]\right)^2}} = \qquad 35)$$

$$= \frac{1}{2M\left(S_{\sum}[A]\right)^2}\sqrt{M\left(\left(S_{\sum}[A]\right)^2 - M\left(S_{\sum}[A]\right)^2\right)^2}.$$

Дальнейшие преобразования приводят к формуле:

$$M\left(\left(S_{\sum}[A]\right)^2 - M\left(S_{\sum}[A]\right)^2\right)^2 = M\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\Delta A_i)^2 - \nu_2\right)^2 = \frac{1}{n^2}M\sum_{i=1}^{n}(\Delta A_i)^4 - \frac{1}{n^2}M\sum_{\substack{i,g=1\\ i\neq g}}^{n}(\Delta A_i)^2\left(\Delta A_g\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{n}\left(\mu_4 + 4\mu_3\nu_1 + 4\mu_2\nu_1^2 - \mu_2^2\right). \qquad 36)$$

Эта формула позволяет при необходимости получить общую формулу для *n*. Для типового случая нормального распределения отклонений ΔA

$$\mu_2 = \sigma^2; \ \mu_4 = 3\sigma^4, \qquad 37)$$

что дает:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{2n}}\psi,, \qquad 38)$$

где $\psi = \dfrac{\sqrt{1+2a}}{1+a}$

Отсюда получаются приведенные выше формулы для *n*.

Необходимо заметить, что требуемое число *n* обрабатываемых реализаций тестового сигнала сильно зависит от допускаемой точности определения значений МХ. Так при α = 0 для обеспечения СКО значений МХ, равного 20% достаточно 12 реализаций, 23 реализации обеспечивают СКО МХ 15%, а для обеспечения погрешности в 10% требуется уже 50 реализаций тестового сигнала [15].

3.7 Определения характеристик погрешностей, приведенные в п.п.3.5, 3.6, дают возможность вычислять их значения по реализациям тестового сигнала для каждой отдельной заданной точки z области значений Z задаваемых параметров тестового сигнала:

$$z = (z_1, ..., z_m); \; z \in Z, \qquad 39)$$

здесь список $z_1, ..., z_m$ включает в себя измеряемые параметры $a^{(1)}$ исследуемого объекта, а также наборы параметров $b^{(1)}$- $b^{(4)}$,$n^{(1)}$- $n^{(4)}$ являющихся параметрами модели тестового сигнала;

m - число задаваемых параметров.

Область значений *Z* задаваемых параметров в большинстве случаев определяется как *m*-мерный параллелепипед:

$$\begin{cases} (z_1)_{\min} \le z_1 \le (z_1)_{\max} \\ (z_m)_{\min} \le z_m \le (z_m)_{\max} \end{cases}, \qquad 40)$$

где $(z_i)_{\min}, (z_i)_{\max}$ - границы диапазонов значений задаваемых параметров.

3.8 Вычисление оценки систематической составляющей $\tilde{\Delta} sA$ погрешности измерения параметра а для заданных точек $z^j \in Z$ имеет практический смысл только в случае постановки задачи о ее исключении (компенсации) во всей области Z значений задаваемых параметров.

Если систематическая составляющая $\tilde{\Delta} sA$ составляет малую часть от СКП $\tilde{S}_{\sum}[A]$,т.е. $\tilde{\Delta} sA \le \alpha \; \tilde{S}_{\sum}[A]$ во всех заданных точках $z^j \in Z$, то не имеет смысла ее учитывать и ставить задачу о ее исключении. Значение коэффициента α выбирается в пределах: $\alpha = 0.1 \div 0.3$

3.9 Исключение систематической составляющей погрешности – это специальная задача в каждом отдельном случае, требующая предварительных сведений о характере поведения $\tilde{\Delta} sA$ во всей области Z (см. п. 3.7). Далее приводится формулировка задачи в общем виде.

3.9.1 Для параметра α с учетом свойств гладкости (п. 3.7) выбирается подходящий класс G_α компенсирующих функций $g_\alpha(z, c)$ определенных на множестве Z и зависящих от варьируемых параметров c:

$$g_\alpha(z,c) \in G_\alpha;\ z \in Z;\ \cap = (\cap_1,\ldots,c_k), \qquad 41)$$

где k - число варьируемых параметров.

3.9.2 Выбирается подходящее множество точек $z^j \in Z$ (см. п. 3.7):

$$z^j = \left(z_1^j,\ldots,z_m^j\right);\ j = 1,\ldots,p, \qquad 42)$$

для которых по формуле п. 3.6.2 вычисляются оценочные значения систематических составляющих $\tilde{\Delta} sA\left(z^j\right)$. Для существования решения задачи обязательно необходимо выполнение условия $p \geq k$ т.е. число точек, в которых известны значения $\tilde{\Delta} sA\left(z^j\right)$ должно быть не меньше числа варьируемых параметров.

3.9.3 Далее задача сводится к многомерной задаче приближения функций по методу наименьших квадратов – найти такой набор значений варьируемых параметров $\cap^0 = \left(\cap_1^0,\ldots,c_k^0\right)$ который обеспечил бы минимум функции $\Phi\left(\cap_1^0,\ldots,c_k^0\right)$ определяющей степень приближения множества значений $\tilde{\Delta} sA\left(z^j\right)$ значениями функции $g_\alpha\left(z^j, c^0\right)$.

3.9.4 Функция $\Phi\left(\cap_1^0,\ldots,c_k^0\right)$ есть величина, пропорциональная среднеквадратичному приближению и определяется формулой:

$$\Phi\left(\cap_1^0,\ldots,c_k^0\right) = \sum_{j=1}^{p}\left(\tilde{\Delta} sA\left(z^j\right) - g_\alpha\left(z^j, c_1^0,\ldots,c_k^0\right)\right)^2, \qquad 43)$$

3.9.5 Нахождение точки $\cap_1^0,\ldots,c_k^0$ минимума функции $\Phi\left(\cap_1^0,\ldots,c_k^0\right)$ в многомерном случае возможно путем применения ЭВМ и соответствующих вычислительных методов (метода наискорейшего спуска, метода оврагов и т.д.).

3.9.6 Выбор подходящего класса G_α компенсирующих функций $g_\alpha(z, c)$ - важный момент, в значительной степени определяющий качество решения задачи. Функции должны соответствовать основному ходу изменения вычисленных значений $\tilde{\Delta} sA\left(z^j\right)$ и не должны быть слишком сложными. Вычисление их значений должно быть реализуемо на ЭВМ в виде быстро работающих алгоритмов. Примерами классов функций могут быть:

1) $g_\alpha(z, c) = \cap_0$ - константа (k = 1);

2) $g_\alpha(z, c) = \cap_0 + \sum_{i=1}^{m} c_i z_i$ - гиперплоскость (k=m+1);

3) $g_\alpha(z, c) = \prod_{i=1}^{m}\left(c_i^{(0)} + c_i^{(1)} z_i\right)$- гиперповерхность с линейными сечениями (k=2m)

4) $g_\alpha(z, c) = \prod_{i=1}^{m}\left(c_i^{(0)} + c_i^{(1)} z_i + c_i^{(2)}\left(z_i\right)^2\right)$ - гиперповерхность с параболическими сечениями (k=3m)

5) конечные многомерные ряды Фурье вида

$g_\alpha(z, c) = c_0 + \prod_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m_1}\left(c_{ij}^{(0)}\cos\left(2\pi j\zeta_i\right) + c_{ij}^{(1)}\sin\left(2\pi j\zeta_i\right)\right);$

$\left(k = 1 + 2\sum_{i=1}^{m} m_i\right),$

где $\zeta_{1=\frac{z_i}{\Delta_i}-\frac{1}{2}}$; $\Delta_i = \left(z_i\right)_{\max} - \left(z_i\right)_{\min}$ диапазон задаваемых значений параметра z_i; m_i — число учитываемых членов ряда Фурье в разложении по параметру z_i.

3.9.7 Далее в качестве восстановленных значений измеряемых параметров $A_i(z)$ используются новые скорректированные значения путем замены:

$$A_i(z) \Rightarrow A_i(z) - g_\alpha\left(z, c^0\right). \qquad 44)$$

3.9.8 Для улучшения качества компенсации возможно в формуле для $\Phi\left(\cap_1^0, \ldots, c_k^0\right)$ введение подходящего весового множителя p(z), учитывающего неравномерность влияния различных зон области Z на максимальное значение $\tilde{S}_\sum [A]$:

$$\Phi\left(\cap_1^0, \ldots, c_k^0\right) = \sum_{j=1}^{p} p\left(z^j\right)\left(\tilde{\Delta} sA\left(z^j\right) - g_\alpha\left(z^j, c_1^0, \ldots, c_k^0\right)\right)^2. \qquad 45)$$

3.9.9 Результатом корректно проведенного исключения систематической составляющей $\Delta_s A$ погрешности измерения значений параметра α должно быть уменьшение среднего, а также максимального по области *Z* значения СКП $\tilde{S}_\sum [A]$.

3.10 Как отмечалось ранее, при применении КСГТС возможно моделирование сигнала с минимальным (а в некоторых случаях даже с нулевым) уровнем дополнительного шума. Возможны два типа тестового сигнала:

1) Случайный процесс. Этот случай, как основной тип тестового сигнала, изложен выше.

2) Детерминированный сигнал. В этом случае, если процедура обработки данных детерминированная, отклонение $\Delta A(z)$ восстановленного значения $A(z)$ параметра α от его заданного значения будет детерминированной функцией точки *z* области *Z*. значений

задаваемых параметров. Учитывая то, что в процессе эксплуатации АИС значения измеряемых величин априорно неизвестны, значения характеристик погрешностей для каждого измерения можно рассматривать как выборочные значения соответствующих случайных величин (даже, если характеристики были бы детерминированными функциями измеряемых параметров). Тогда, в данном случае, отклонения $\Delta A(z^i)$ можно рассматривать как выборочные значения случайной величины и можно получить значения МХ для всей области Z значений задаваемых параметров как средние по множеству точек z_i. Вычисления следует производить по формулам (19)-(38) при замене:

$$\Delta A_i \Rightarrow \Delta A\left(z^i\right);\ z_i \in Z;\ n \Rightarrow m. \quad 46)$$

Можно (и желательно) провести компенсацию погрешности для этого случая как исключение систематической составляющей по формулам (41)-(45) при использовании величин $\Delta A(z)$ в качестве оценок$\Delta_s A$, т.е. при замене:

$$\Delta_s A_i \Rightarrow \Delta A\left(z^i\right);\ z_i \in Z. \quad 47)$$

Заключение

В работе решена задача разработки программно-аналитических решений создания компьютерной системы, способной формировать последовательность цифровых отсчетов, соответствующих заданной математической модели сигнала, для получения оценочных значений метрологических характеристик программного обеспечения автоматизированных испытательных систем [16].

Предложенные в работе программно-аналитические решения были использованы при создании КСГТС для метрологической аттестации подсистемы регистрации измерительной информации системы тарировки топливного бака ракеты-носителя «Союз-2» и позволили с высокой степенью достоверности определить ее метрологические характеристики.

Библиографический список

[1] РМГ 29-99 ГСИ. Метрология. Основные термины и определения.

[2] Цветков Э.И. Интеллектуальные средства измерений. - М., Редакционно-изд. центр "Татьянин день", 1994. – 90 с.

[3] ГОСТ 8.009-84. ГСИ. Нормирование и использование метрологических характеристик средств измерений.

[4] Цветков Э.И. Процессорные измерительные средства. - Л., Энергоатомиздат. Ленинг. отд-ние, 1989. – 176 с.

[5] Бухштабер В.М., Маслов В.К. Математические модели и алгоритмы томосинтеза волновых полей и неоднородных сред. - Вопросы кибернетики. Математические проблемы томографии. - Сб. АН СССР. Научный совет по комплексной проблеме "Кибернетика". М., 1990, С. 7 - 56.

[6] Кузьмин П.П. Проблемы метрологического обеспечения компьютерных измерений. - Измерительная техника. -1992, №12, С. 67-68.

[7] Проблемы измерения параметров гидроакустических гидрофизических полей и обработки информации. - Сб. научн. Трудов ВНИИФТРИ. М., 1992, С. 42-43.

[8] Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Исследование зависимостей. - М., Финансы и статистика, 1985, С. 34-35.

[9] Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Основы моделирования и первичная обработка данных. - М., Финансы и статистика, 1983, С. 67-68.

[10] Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. - М., Наука, 1983.

[11] Смирнов Н.В. и Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. - М., Наука, 1965. – 240 с.

[12] МИ 1317-86 ГСИ. Результаты измерений и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроля их параметров.

[13] ГОСТ 8.207-76 ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения.

[14] Многомерный статистический анализ и вероятностное моделирование реальных процессов: Ученые записки по статистике. Т.54: Сб. научн, статей. - М., Наука, 1990. – 284 с.

[15] Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Классификация и сокращение размерностей. - М.,Финансы и статистика. 1992, С. 63-64.

[16] Лукьянчик В.В., Артемьев Е.В., Штундер А.Л. Основные аспекты метрологического обеспечения аттестации особо ответственных (критичных) технологических процессов // Тезисы докладов всероссийской научно-технической конференции «Измерения и испытания в ракетно-космической промышленности», 20-22 октября 2009 г. – М. МАПиП, 2009. С. 103-105.

Сведения об авторах

Штундер Артем Леонидович, ведущий специалист Федерального государственного унитарного предприятия «Научно-производственное объединение «Техномаш».
3-й проезд Марьиной Рощи, д.40, Москва, 127018;
тел.: (495) 689-95-23; e-mail: shtun@mail.ru