



Научная статья / Original Article

УДК 621.396.962

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188122>

EDN: <https://www.elibrary.ru/XCGRHO>

**МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ ТАКТИЧЕСКИМ НАЗНАЧЕНИЕМ БЕСПИЛОТНЫХ
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В ГРУППЕ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА
ОПТИМАЛЬНОСТИ БЕЛЛМАНА**

С.А. Горбунов[✉], С.Я. Миронович, И.А. Савельева, П.Н. Хатунцев

Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования «Военная академия воздушно-космической обороны имени Маршала

Советского Союза Г.К. Жукова»

г. Тверь, Россия

✉ gorbunov.sergey_2669@mail.ru

Цитирование: Горбунов С.А., Миронович С.Я., Савельева И.А., Хатунцев П.Н. Метод управления тактическим назначением беспилотных летательных аппаратов в группе на основе принципа оптимальности Беллмана // Труды МАИ: электрон. журнал. № 147. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188122>

Аннотация. Управление тактическим назначением беспилотных летательных аппаратов целесообразно в интересах повышения эффективности их групповых действий и возможно за счёт распределения тактических задач в составе группы в зависимости от сложившейся воздушной целевой обстановки, с целью последующего учёта назначенных задач в процессе наведения каждого беспилотного летательного аппарата. Целью данной статьи является разработка метода управления тактическим назначением беспилотных летательных аппаратов в составе группы, позволяющего распределить частные задачи между ними – задачу поражения объектов противника, и задачу наблюдения и выдачи целеуказания беспилотному летательному аппарату с назначенной задачей поражения. Метод основан на принципе оптимальности Беллмана, заключающемся в следующем: независимо от того, в каком состоянии находится система на текущем этапе (шаге), шаговое управление на данном этапе

необходимо выбирать так, чтобы этот и все последующие шаги были наиболее выгодными. Иными словами, оптимальное решение принимается путем движения в обратном направлении – от конца задачи к началу. Результатом статьи являются обоснованные частные показатели эффективности решения распределённых тактических задач в составе группы и метод управления тактическим назначением беспилотных летательных аппаратов в группе.

Реализация разработанного метода управления тактическим назначением позволит с учетом сложившейся воздушной целевой обстановки назначить на основе принципа оптимальности Беллмана каждому беспилотному летательному аппарату частную тактическую задачу, решение которой в последствии позволит обеспечить повышение эффективности всей группы беспилотных летательных аппаратов. Изложенный в статье метод может являться прототипом для развития данного направления управления тактическим назначением.

Ключевые слова: групповые действия беспилотных летательных аппаратов; управление тактическим назначением; распределение решаемых задач; матрица эффективности.

A METHOD FOR MANAGING THE TACTICAL ASSIGNMENT OF UNMANNED AERIAL VEHICLES IN A GROUP BASED ON BELLMAN'S OPTIMALITY PRINCIPLE

S.A. Gorbunov✉, S.Ya. Mironovich, I.A. Savelyeva, P.N. Khatuntsev

Federal State State-Owned Military Educational Institution of Higher Education "Military Academy of Aerospace Defense named after Marshal of the Soviet Union G.K. Zhukov",
Tver, Russia.

✉ gorbunov.sergey_2669@mail.ru

Citation: Gorbunov S.A., Mironovich S.Ya., Savelyeva I.A., Khatuntsev P.N. A method for managing the tactical assignment of unmanned aerial vehicles in a group based on Bellman's optimality principle // Trudy MAI. 2026. No. 147. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188122>

Abstract. Tactical assignment management for unmanned aerial vehicles is advisable for the purposes of increasing the effectiveness of their group operations and is possible through the distribution of tactical tasks within the group based on the prevailing aerial

target situation, with the subsequent consideration of assigned tasks during the guidance of each unmanned aerial vehicle. The purpose of this article is to develop a method for tactical assignment management for unmanned aerial vehicles within a group, allowing for the distribution of specific tasks between them - the task of engaging enemy targets, and the task of observing and providing target designation to the unmanned aerial vehicle assigned to engage them. The method is based on Bellman's optimality principle, which states that regardless of the system's state at the current stage (step), stepwise control at that stage must be selected so that this and all subsequent steps are most advantageous. In other words, the optimal solution is reached by working backwards from the end of the task to the beginning. The result of this article is substantiated partial performance indicators for solving distributed tactical tasks within a group and a method for managing the tactical assignment of unmanned aerial vehicles within a group.

The practical significance of the article's materials lies in the fact that the implementation of the developed tactical assignment management method will allow, given the current airborne target situation, to assign a specific tactical task to each unmanned aerial vehicle based on the Bellman optimality principle. The solution to this task will subsequently improve the efficiency of the entire group of unmanned aerial vehicles. The method presented in the article can serve as a prototype for the development of this area of tactical assignment management.

Keywords: group actions of unmanned aerial vehicles; tactical assignment management; distribution of tasks to be solved; efficiency matrix.

Введение

Особенностью современного взаимодействия средств воздушного противоборства является их групповое применение [1-3]. Активное развитие беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) привело к тому, что они в настоящее время занимают далеко не последнее место в решении тактических задач при ведении боевых действий. Результативность применения БПЛА существенно возрастает при их групповом применении, и зависит от эффективности функционирования информационной-управляющей системы

(ИУС) группы. Однако применение больших групп БПЛА требует наряду с решаемыми ИУС задачами обнаружения и сопровождения целей решения важнейшей задачи – управления тактическим назначением БПЛА в группе, позволяющей обеспечить высоко организованный процесс взаимодействия в группе и повышение эффективности её применения [1].

Управление БПЛА при их одновременном применении по нескольким воздушным или наземным целям требуют распределения задач устойчивого наблюдения и непосредственной атаки (огневого поражения) между ними. При этом распределение частных задач (наблюдения и атаки) должно обеспечивать максимальный прирост в эффективности при решении общей тактической задачи поражения всех целей.

Для максимизации достигаемого эффекта групповых действий характер решаемой задачи должен быть учтён в процессе наведения [4]. Причём, назначение конкретных задач БПЛА должно осуществляться исходя из сложившейся целевой обстановки и эффективности функционирования каждой БРЛС в составе группы.

В связи с этим теоретический и практический интерес представляет задача оптимизации управления тактическим назначением БПЛА группы в зависимости от сложившейся целевой обстановки.

Цель статьи – разработка метода управления тактическим назначением БПЛА в составе группы, позволяющего распределить частные задачи между ними – задачу поражения объектов противника, и задачу наблюдения и выдачи целеуказания БПЛА с назначенной задачей поражения объектов противника.

Задача решается при условии, что выполняются следующие допущения:

1. тактическая ситуация: рассматривается группа из N однотипных БПЛА, способных выполнять задачи наблюдения и огневого поражения. На начальном этапе наведения все БПЛА выполняют задачи наблюдения (БПЛА(н)). При обнаружении цели часть группы БПЛА назначаются для её атаки (БПЛА(а));

2. виды тактического назначения: многофункциональный БПЛА, способный решать задачу наблюдения и огневого поражения цели;

3. наведение осуществляется на равнозначные наземные цели в количестве J , с последующим анализом возможности применения алгоритмов при наведении на воздушные цели, не маневрируют и движутся с постоянной скоростью;

4. одну цель атакуют два БПЛА – один БПЛА наблюдения и один ударный БПЛА.

Выбор и обоснование показателей эффективности

Эффективность решения тактической задачи поражения всех целей обусловлена вероятностью

$$P = \prod_{j=1}^J P_j, \quad (1)$$

где j – номер цели, при условии, что все цели имеют равное по важности значение.

Эффективность решения задачи поражения j -й цели, обусловленной вероятностью ее поражения P_j , можно представить, как

$$P_j = P_{nj}^n P_{aj}^k, \quad (2)$$

где P_{nj} – вероятность успешного наблюдения;

P_{aj} – вероятность выхода в атаку цели;

$n \neq k$ – номер БПЛА, исходя из условия, что один БПЛА решает только одну задачу, не может быть одинаковым,

при условии, что вероятность успешного наблюдения P_{nj} и вероятность выхода в атаку цели P_{aj} оказывают одинаковое влияние.

Вероятность выполнения n -м БПЛА назначенной ему задачи по поражению j -й цели имеет вид

$$P_{ij}^n = \begin{cases} P_{nj}; \\ P_{aj}, \end{cases} \quad (3)$$

где индекс i обозначает решаемую беспилотным летательным аппаратом задачу (индекс «н» – задача наблюдения (разведки с последующим целеуказанием),

индекс «а» – задача огневого поражения), $j = \overline{1, J}$ означает номер цели (если $j = 0$ – цель отсутствует), n – порядковый номер БПЛА.

Показателем эффективности при определении тактического назначения БПЛА, решающего задачу наблюдения, принята вероятность успешного наблюдения P_{nj}^n n -м БПЛА за j -й целью.

Вероятность успешного наблюдения P_{nj}^n n -м БПЛА за j -й целью может быть представлена вероятностью правильного ее (цели) обнаружения, вероятностью правильной завязки (обнаружения) траекторий цели, точности экстраполяции траекторий цели и т.д.

Показателем эффективности при определении тактического назначения ударного БПЛА, решающего задачу огневого поражения, принята вероятность выхода n -ого БПЛА в атаку j -й цели P_{aj}^n [5].

Выполнение атаки (удара) определяется возможностью выхода БПЛА в определенную зону стрельбы, пуска ракет и прицеливания по объекту путем боевого маневрирования [6–8].

Успешность выхода БПЛА на позицию для атаки цели зависит от дальности обнаружения цели $D_{обн}$, точности определения ее координат относительно линии визирования, начальной дальности стрельбы и маневренных характеристик БПЛА — максимальными угловой ω_{max} и линейной скоростью V разворота [5].

БПЛА обнаруживает цель на дальности $D_{обн}$ под случайным углом визирования φ , который характеризует угловую ошибку выхода на цель. Для устранения этой ошибки БПЛА должен совершить разворот в сторону цели за время сближения до начальной дальности стрельбы D_c с постоянной линейной скоростью V .

Выражение для угловой скорости ω принимает вид

$$\omega = \frac{2V \sin|\varphi|}{D_{обн} - D_c \sin|\varphi|}. \quad (4)$$

Условием выхода на цель является возможность выполнения маневра при максимальной угловой скорости ω_{max} , т.е. $\omega < \omega_{max}$. Отсюда неравенство для углов визирования, задающих область, имеет вид

$$\Phi = \{\varphi: |\varphi| \leq \varphi_{\text{пр}}\}, \quad (5)$$

из которой возможен выход на атаку цели с постоянной скоростью сближения, где

$$\varphi_{\text{пр}} = \arcsin \left(\min \left\{ \frac{\omega_{\text{max}} D_{\text{обн}}}{2V + \omega_{\text{max}} D_c}; 1 \right\} \right) \quad (6)$$

предельный угол визирования, при котором возможен выход в область атаки цели.

Вероятность выхода в атаку при случайном изменении углов визирования в момент обнаружения цели будет определяться вероятностью выполнения события

$$P_a = (|\varphi| \leq \varphi_{\text{пр}}) = \int_{-\varphi_{\text{пр}}}^{\varphi_{\text{пр}}} f(\varphi | D_{\text{обн}}) d\varphi, \quad (7)$$

где $f(\varphi | D_{\text{обн}})$ - условная плотность распределения углов визирования в момент обнаружения цели.

Тогда вероятность выхода БПЛА в атаку цели при случайном её поиске в условиях отсутствия целеуказания от внешних информационных средств может быть рассчитана согласно выражения [5].

$$P_a = \frac{2 \min \left\{ \varphi_{\text{пр}}, \frac{\pi}{2} \right\}}{\pi}. \quad (8)$$

Ошибка выхода на цель распределена равномерно на полуплоскости

$$f(\varphi | D_{\text{обн}}) = \frac{\cos \varphi}{2}; \varphi \in \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]. \quad (9)$$

В зависимости от принятого закона распределения случайной ошибки визирования цели $f(\varphi)$ в [5, 8 – 10] представлены иные различные расчетные формулы для оценки вероятности выхода на цель, однако в статье не изложены ввиду ограниченного объема.

Принятые показатели эффективности упрощают синтез алгоритма управления тактическим назначением, так как, во-первых, имеют одну физическую природу – один характер решаемых частных задач, во-вторых, оба

показателя эффективности необходимо максимизировать, и в-третьих, показатели эффективности универсальны, методика определения которых не зависит от типа применяемых БПЛА и их вооружения, их количества и пространственного расположения относительно целей, исключается необходимость определения приоритетов решаемых задач.

Постановка задачи

Для группы, состоящей из N произвольно расположенных БПЛА, необходимо назначить каждому n -му БПЛА i -ю тактическую задачу в интересах поражения J целей, наилучшую по максимуму прогнозируемой вероятности поражения всех целей.

Математически поставленную задачу можно записать в виде

$$P = \prod_{j=1}^J P_j = \prod_{j=1}^J \left(P_{nj}^n(\mathbf{A}, \mathbf{B}) P_{aj}^k(D_{обнkj}, D_{ckj}, \omega_{kj}, \varphi_{kj}, V_{kj}) \right) \rightarrow \max_{U_{тн}}$$

где $j = \overline{1, J}$, $n = \overline{1, N}$, $k = \overline{1, K}$, $n \neq k$,

$P_{nj}^n(\dots)$ - условная вероятность успешного наблюдения n -ым БПЛА за j -й целью;

$\mathbf{A} = (D_{nj}, V_n, \dot{V}_n, \psi_{n1,2}, \omega_{nj}, \varepsilon_{nj})$ - варьируемые параметры БПЛА наблюдения:

D_{nj} - дальность между n -м БПЛА и j -й целью;

V_n - скорость n -го БПЛА;

\dot{V}_n - ускорение n -го БПЛА;

$\psi_{n1,2}$ - курс n -го БПЛА в вертикальной (индекс 1) и горизонтальной (индекс 2) плоскостях;

ω_{nj} - угловая скорость линии визирования между n -м БПЛА и j -й целью;

ε_{nj} - пеленг j -й цели относительно n -го БПЛА;

$\mathbf{B} (P_{ср}, G, \lambda, T, \tau, \theta_{дна}, \alpha_n, k_{ш})$ - вектор неварьируемых параметров бортовой РЛС, размещенной на БПЛА наблюдения:

$P_{ср}$ - средняя мощность излучения передатчика;

G - коэффициент усиления антенны;

λ - длина волны зондирующего сигнала;

T - период следования импульсов;

τ - длительность импульса;

$\Theta_{\text{ДНА}}$ – ширина диаграммы направленности антенны УР;

$\alpha_{\text{п}}$ – коэффициент потерь энергии сигнала в приемных трактах;

$k_{\text{ш}}$ – коэффициент шума приемника.

$P_{a_j}^k(\dots)$ – условная вероятность выхода в атаку k -ым БПЛА на j -ую цель;

$D_{\text{обн}kj}$ – дальность обнаружения k -ым БПЛА j -й цели;

$D_{\text{ск}j}$ – начальная дальность стрельбы k -ым БПЛА по j -й цели;

ω_{kj} – угловая скорость разворота k -ого БПЛА при атаке j -й цели;

V_{kj} – линейная скорость разворота k -ого БПЛА при атаке j -й цели;

φ_{kj} – угол визирования k -ого БПЛА при атаке j -й цели.

Целью управления $n_{\text{н}j}$ -ыми БПЛА является устойчивое наблюдение за назначенной целью с передачей координат на $n_{\text{а}j}$ -ый БПЛА, с которым они работают в тандеме.

Целью управления $n_{\text{а}j}$ -ыми БПЛА является их выход в атаку цели.

Общая цель управления – решение тактической задачи с эффективностью не ниже заданной, складывающейся из степени достижения целей управления каждым БПЛА.

Решение задачи

Алгоритм решения задачи при условии, что количество БПЛА вдвое превышает количество целей, т.е. каждую цель сопровождает пара БПЛА, включает 3 этапа (рисунок 1).

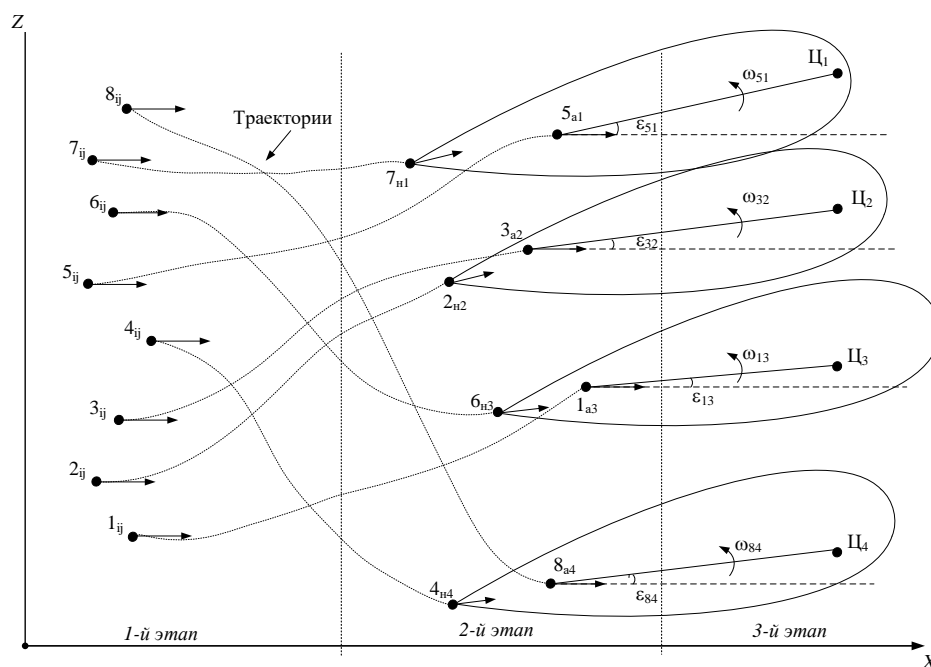


Рисунок 1 – Этапы управления тактическим назначением группы БПЛА (1...8 – номер БПЛА, Ц1...4 – номер цели)

Этап 1. Все БПЛА являются наблюдателями, осуществляют разведку местности. При обнаружении целей одним из группы БПЛА осуществляется анализ эффективности выполнения каждым БПЛА возможной задачи – наблюдения или выхода в атаку цели.

На 1-м этапе в ИУС группы формируется массив оцениваемых вероятностей выполнения каждым БПЛА задачи успешного наблюдения (далее – вероятности наблюдения P_{nj}^n) и выхода в атаку (далее – вероятности выхода в атаку P_{aj}^k).

Результатом первого этапа является матрица эффективности (таблица 1), содержащая все значения вероятностей поражения каждой из целей при различных тактических назначениях каждого БПЛА.

Таблица 1

Матрица эффективности

номер БПЛА(н)	1_{nj}					2_{nj}					3_{nj}					...	n_{nj}				
	1_{aj}	2_{aj}	3_{aj}	...	k_{aj}	1_{aj}	2_{aj}	3_{aj}	...	k_{aj}	1_{aj}	2_{aj}	3_{aj}	...	k_{aj}		1_{aj}	2_{aj}	3_{aj}	...	k_{aj}
Ц ₁	-	P_1^{12}	P_1^{13}	...	P_1^{1k}	P_1^{21}	-	P_1^{23}	...	P_1^{2k}	P_1^{31}	P_1^{32}	-	...	P_1^{3k}	...	P_1^{n1}	P_1^{n2}	P_1^{n3}	...	P_1^{nk}
Ц ₂	-	P_2^{12}	P_2^{13}	...	P_2^{1k}	P_2^{21}	-	P_2^{23}	...	P_2^{2k}	P_2^{31}	P_2^{32}	-	...	P_2^{3k}	...	P_2^{n1}	P_2^{n2}	P_2^{n3}	...	P_2^{nk}
Ц ₃	-	P_3^{12}	P_3^{13}	...	P_3^{1k}	P_3^{21}	-	P_3^{23}	...	P_3^{2k}	P_3^{31}	P_3^{32}	-	...	P_3^{3k}	...	P_3^{n1}	P_3^{n2}	P_3^{n3}	...	P_3^{nk}
...	-	-	-
Ц _j	-	P_j^{12}	P_j^{13}	...	P_j^{1k}	P_j^{21}	-	P_j^{23}	...	P_j^{2k}	P_j^{31}	P_j^{32}	-	...	P_j^{3k}	...	P_j^{n1}	P_j^{n2}	P_j^{n3}	...	P_j^{nk}

В таблице индекс «n» обозначает номер БПЛА наблюдения, индекс «k» - номер атакующего БПЛА, индекс «j» - номер цели, например P_3^{32} обозначает вероятность поражения цели №3 (нижний индекс) при условии, что БПЛА №3

(верхний индекс) выполняет задачу наблюдения, БПЛА №2 - задачу огневого поражения (атаки) (верхний индекс).

Этап 2. На основе анализа массива оцененных вероятностей осуществляется постановка каждому БПЛА задачи наблюдения или огневого поражения (атаки) конкретной цели.

Задача тактического назначения решается, как задача распределения ресурсов, суть которой заключается в оптимальном распределении имеющихся исполнителей между частными задачами, позволяющем максимизировать эффективность достижения общей цели.

Для поражения J целей предполагается назначить $N \geq 2 \cdot J$ БПЛА, из расчета, что каждую цель должны атаковать два БПЛА.

Для каждой j -й цели существуют разные варианты тактического назначения БПЛА, обеспечивающие разные вероятности поражения этих целей. Возможные варианты являются результатом 1-ого этапа и сведены в матрицу эффективности (таблица 1).

Простейший способ решения поставленной задачи обеспечения максимума вероятности поражения (выигрыша) всех целей в зависимости от назначения каждому БПЛА i -й задачи предусматривает перебор допустимых вариантов. Допустимые варианты распределения БПЛА можно представить в виде сетевой модели, или ориентированного графа (рисунок 2)

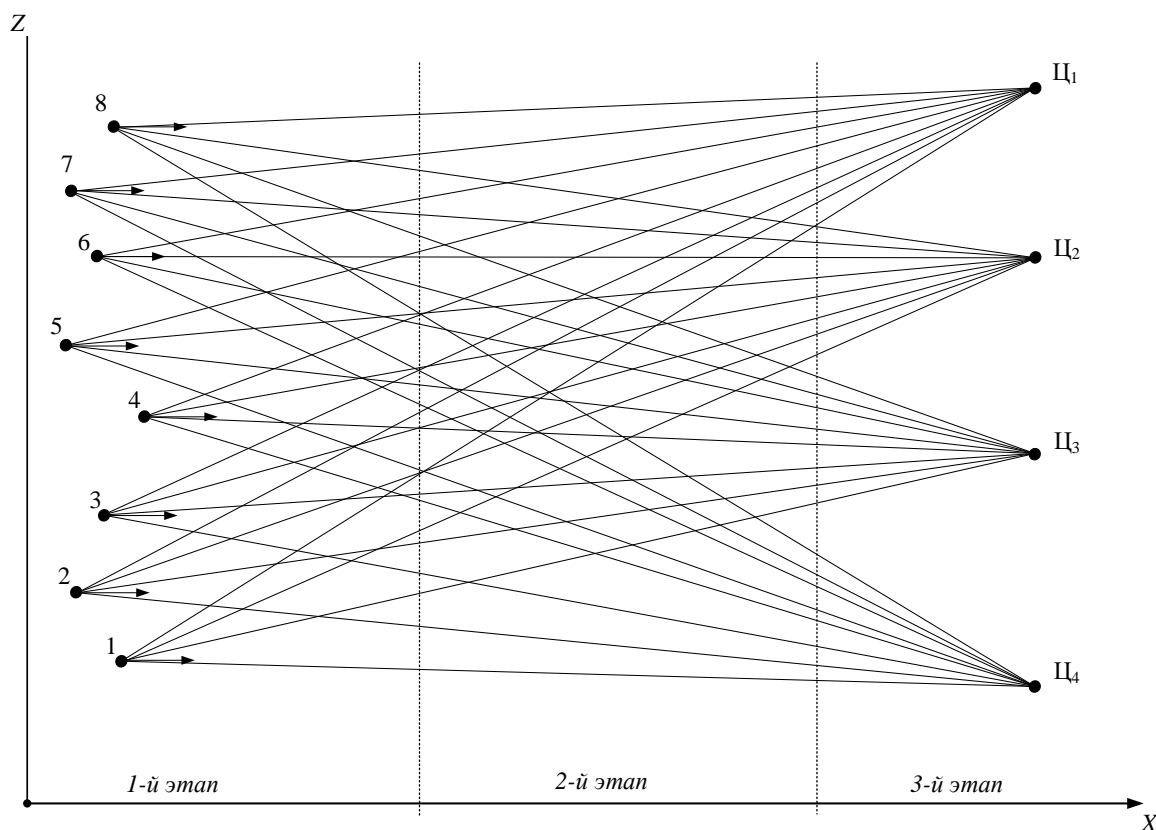


Рисунок 2 – Допустимые варианты распределения БПЛА

Однако полный перебор даже допустимых вариантов комбинаций из БПЛА при большом их числе требует значительных затрат времени и вычислительных ресурсов, которые часто весьма ограничены.

Применение метода динамического программирования, основанного на принципе оптимальности Беллмана, позволяет устранить этот недостаток. Принцип оптимальности Беллмана – правило поэтапного оптимального выбора, заключается в следующем: независимо от того, в каком состоянии находится система на текущем этапе (шаге), шаговое управление на данном этапе необходимо выбирать так, чтобы этот и все последующие шаги были наиболее выгодными. Под шаговым управлением понимается параметр u_s , при изменении которого на каждом s -м шаге система мгновенно переходит из состояния y_{s-1} в новое состояние y_s . Иными словами, динамическое программирование получает оптимальное решение путем движения в обратном направлении – от конца задачи к началу [11].

Управляемой системой является совокупность БПЛА, распределяемых между j -ми целями с задачей назначения каждому БПЛА i -й задачи, а принятие решения о назначении соответствует шагу s управления. Очевидно, что количество таких шагов соответствует количеству целей ($S = J$). Конструктивно определение состояния системы должно позволять принимать решение на каждом шаге без учета решений, принятых в предыдущие шаги.

В качестве управления на каждом s -м шаге (шагового управления) u_s принят вариант назначения пары БПЛА для j -й цели. Для каждого s -ого шага множество U_s допустимых управлений определяется заданным количеством $u_s(1), \dots, u_s(K)$, где K – количество вариантов назначений, а любой возможный набор шаговых управлений ограничен общим количеством N БПЛА $\sum_s u_s(K) \leq u_1$. Для поражения каждой цели существует $N^*(N-1)$ разных вариантов назначений БПЛА, обеспечивающих разную вероятность поражения $P_s(k)$. Общее число вариантов K можно рассчитать, как $K = N^*(N-1)*J$.

Состояние управляемой системы y_1, y_2, \dots, y_s на s -м шаге можно определить количеством имеющихся БПЛА, которым не назначены задача и атакуемая цель к данному шагу. Количество применяемых БПЛА ограничено ($u_s(k) \leq y_{s-1}$),

поскольку на s -м шаге можно назначить БПЛА не больше, чем осталось на предыдущем шаге.

В соответствии с принципом оптимальности Беллмана оптимальное управление u_s на s -м шаге должно обеспечивать максимум выигрыша на данном и всех последующих шагах [11]. В статье суммарным выигрышем является вероятность поражения всех целей, однако, метод динамического программирования в такой постановке удобен в решении задач целочисленного линейного программирования, в то время как вероятность определяется дробными значениями [12]. Это несоответствие можно устранить путем умножения значений вероятностей, составляющих матрицу эффективности, на 10^n (где степень n зависит от желаемой точности расчета вероятностей). В дальнейшем вероятность поражения целей назовем выигрышем, буквенное обозначение оставим прежним.

Тогда условно оптимальное управление $u_s(k) = u_s(y_{s-1})$ на s -м шаге можно найти, как решение рекуррентного уравнения Беллмана, связывающего условный оптимальный выигрыш $P_s(y_{s-1})$ на s -м шаге с условным оптимальным выигрышем $P_{s+1}(y_s)$ на следующем $(s+1)$ -м шаге, которое будет иметь вид

$$P_s(y_{s-1}) = \max_k \{f_s[y_{s-1}, u_s(k)] + P_{s+1}[y_{s-1} - u_s(k)]\}, \quad (10)$$

где $f_s[y_{s-1}, u_s(k)] = f_s[y_0, u_s, u_{s-1}, \dots, u_1]$ – целевая функция, характеризующая эффективности перехода системы из предыдущего состояния y_{s-1} в данное состояние y_s .

Очевидно, что среди всех шагов управления есть единственный, на котором выбор оптимального управления не влияет на все последующие шаги – последний S -й шаг. Условно оптимальное управление на последнем шаге $u_S(j) = u_S(y_{S-1})$ определяется как решение уравнения

$$P_S(y_{S-1}) = \max_k f_S[y_{S-1}, u_S(k)], \quad (11)$$

где максимум определяется по всем допустимым на S -м шаге управлениям u_S .

От количества вариантов назначений БПЛА зависит количество значений условного оптимального управления $u_S(j)$, обеспечивающего условный оптимальный выигрыш P_S . Из этого соотношения находится условное

оптимальное управление $u_S = u_S(y_{S-1})$ для всех возможных состояний системы y_{S-1} на предпоследнем $(S - 1)$ -м шаге.

Осуществим переход от конечного состояния системы y_S к начальному y_0 . Для этого необходимо найти условные оптимальные выигрыши на $(S - 1)$ -м, $(S - 2)$ -м, и т.д. шаге в соответствии с выражением (1). В результате будут определены все условные оптимальные выигрыши $P_1(y_0), P_2(y_1), \dots, P_S(y_{S-1})$ и все условные оптимальные управления $u_1(y_0), u_2(y_1), \dots, u_S(y_{S-1})$.

Теперь можно найти итоговое оптимальное управление и общий оптимальный выигрыш. Для этого необходимо выполнить переход из начального состояния системы y_0 в конечное. Согласно принципу оптимальности Беллмана, общий оптимальный выигрыш будет иметь вид

$$P^* = P_1(y_0) = \max_{u_1} \{f_1[y_0, u_1] + P_2[h_1(y_0, u_1)]\}, \quad (12)$$

где $h_1(y_0, u_1) = y_1$ – состояние системы на первом шаге.

Начальное состояние системы y_0 характеризуется наличием исходного количества еще не назначенных БПЛА. Тогда соответствующее оптимальное управление на 1-м шаге будет иметь вид $u_1(y_0) = u_1(k_1^*) = u_1^*$. Знак «*» означает «оптимальность».

В результате управления на 1-м шаге система переходит в состояние $y_1 = h_1(y_0, u_1)$. После назначения БПЛА для поражения 1-й по счету цели, на вторую цель останется $u_2(y_0 - u_1^*) = u_2(k_2^*) = u_2^*$, и т.д. На последнем шаге (для поражения последней цели) $u_S(y_{S-1} - u_{S-1}^*) = u_S(k_S^*) = u_S^*$. Пройдя все этапы (шаги) формируется итоговое оптимальное управление

$$\mathbf{u}^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_S^*). \quad (13)$$

Этап 3 заключается в непосредственном наведении БПЛА на цели за счет реализации методов наведения и реализующих их алгоритмов, широко представленных в работах [4, 13], содержание которых в статье не раскрывается.

Пример

В качестве примера рассмотрим тактическую ситуацию, когда необходимо распределить задачи наблюдения и огневого поражения между группой из 8-и однотипных БПЛА при наведении на четыре воздушные цели, действующие в составе группы.

Для поражения $J = 4$ целей предполагается назначить 8 БПЛА, из расчета, что каждую цель должны атаковать два БПЛА – БПЛА(н) и БПЛА(а).

На первом этапе алгоритма решения задачи необходимо определить выигрыши от поражения каждой цели при различных вариантах назначений БПЛА.

Для поражения каждой j -й цели, соответствующей s -му шагу, существует множество допустимых управлений u_s : на первом шаге (u_1) 224 варианта, на втором (u_2) 90 вариантов, на третьем (u_3) – 24 и на четвертом (u_4) два варианта назначений БПЛА, обеспечивающих поражение целей с разными выигрышами $P_j(k)$, значения которых сведены в матрицу эффективности (таблица 2) с учетом условия, что один БПЛА не может быть и наблюдателем, и атакующим.

Состояние управляемой системы определяется количеством возможных комбинаций БПЛА, тогда $y_0 = 56, y_1 = 16, y_2 = 12, y_3 = 2$.

Применим метод динамического программирования и назначим каждой цели пару из БПЛА(н) и БПЛА(а). Процедура решения поставленной задачи начинается с последнего (4-го) шага, на котором назначаются БПЛА для поражения 4-й по счету цели. На последнем, 4-м шаге останется два БПЛА и одна цель, необходимо назначить среди БПЛА наблюдателя и атакующего.

Предположим, что на последнем шаге останутся БПЛА, назначение которых позволит атаковать цель с максимальным выигрышем. Проанализировав матрицу эффективности и исключив все значения кроме максимальных в каждой возможной паре (таблица 3) наглядно видно, что максимальный выигрыш обеспечивается при назначении БПЛА №4 наблюдателем и БПЛА №8 в качестве атакующего для поражения Цели №4.

Матрица эффективности

номер БПЛА(н)	1 _{1j}								2 _{1j}								3 _{1j}								4 _{1j}							
	1 _{2j}	2 _{2j}	3 _{2j}	4 _{2j}	5 _{2j}	6 _{2j}	7 _{2j}	8 _{2j}	1 _{2j}	2 _{2j}	3 _{2j}	4 _{2j}	5 _{2j}	6 _{2j}	7 _{2j}	8 _{2j}	1 _{2j}	2 _{2j}	3 _{2j}	4 _{2j}	5 _{2j}	6 _{2j}	7 _{2j}	8 _{2j}	1 _{2j}	2 _{2j}	3 _{2j}	4 _{2j}	5 _{2j}	6 _{2j}	7 _{2j}	8 _{2j}
Ц1	-	798	98	078	366	083	241	927	404	-	797	365	603	510	735	266	815	483	-	927	389	447	223	605	339	594	291	-	707	109	180	551
Ц2	-	142	552	575	433	347	99	901	53	-	929	648	43	151	26	71	201	375	-	225	514	324	667	194	294	18	251	-	478	110	338	115
Ц3	-	606	121	72	224	484	21	339	390	-	123	366	634	86	817	732	221	247	-	978	145	241	143	395	878	853	18	-	321	612	80	88
Ц4	-	562	308	385	331	705	361	600	166	-	168	861	183	48	281	203	255	273	-	849	274	311	888	916	546	573	534	-	735	829	640	997
номер БПЛА(н)	5 _{1j}								6 _{1j}								7 _{1j}								8 _{1j}							
	1 _{2j}	2 _{2j}	3 _{2j}	4 _{2j}	5 _{2j}	6 _{2j}	7 _{2j}	8 _{2j}	1 _{2j}	2 _{2j}	3 _{2j}	4 _{2j}	5 _{2j}	6 _{2j}	7 _{2j}	8 _{2j}	1 _{2j}	2 _{2j}	3 _{2j}	4 _{2j}	5 _{2j}	6 _{2j}	7 _{2j}	8 _{2j}	1 _{2j}	2 _{2j}	3 _{2j}	4 _{2j}	5 _{2j}	6 _{2j}	7 _{2j}	8 _{2j}
Ц1	677	62	611	347	-	427	488	528	43	26	35	790	558	-	497	20	770	148	424	247	993	944	-	211	979	513	603	306	853	552	136	-
Ц2	951	162	304	534	-	788	502	838	153	560	612	143	789	-	152	354	690	225	301	948	936	574	-	949	108	988	93	671	278	442	839	-
Ц3	945	552	912	572	-	284	928	977	922	107	5	191	586	-	292	173	207	719	374	354	819	810	-	618	665	558	832	729	608	269	239	-
Ц4	439	821	796	544	-	844	783	924	120	932	153	832	91	-	996	487	934	929	865	878	646	268	-	543	633	365	775	571	632	118	61	-

Условно-оптимальные решения (4-й этап)

	1_{1j}	2_{1j}	3_{1j}	4_{1j}	5_{1j}	6_{1j}	7_{1j}	8_{1j}
	8_{2j}	3_{2j}	4_{2j}	8_{2j}	8_{2j}	7_{2j}	5_{2j}	2_{2j}
Ц1	927						993	
Ц2		929						988
Ц3			978		977			
Ц4				997		996		

На 3-м шаге, на котором назначаются БПЛА для поражения 3-й по счету цели, условное оптимальное управление определяется с учетом того, что БПЛА №4 и БПЛА №8 назначены для поражения цели № 4, по матрице эффективности (таблица 2), и исключив все значения кроме максимальных в каждой возможной паре (таблица 4) видно, что максимальный выигрыш на 3-м шаге обеспечивается при назначении БПЛА №7 наблюдателем и БПЛА №5 в качестве атакующего для поражения Цели №1.

Таблица 4

Условно-оптимальные решения (3-й этап)

	1_{1j}	2_{1j}	3_{1j}	5_{1j}	6_{1j}	7_{1j}
	2_{2j}	3_{2j}	1_{2j}	1_{2j}	1_{2j}	5_{2j}
Ц1						993
Ц2	798		815	951		
Ц3		929			922	

На 2-м шаге, на котором назначаются БПЛА для поражения 2-й по счету цели, условное оптимальное управление определяется с учетом того, что БПЛА №4, 5, 7 и 8 назначены для поражения целей № 1, 4, по матрице эффективности (таблица 2), и исключив все значения кроме максимальных в каждой возможной паре (таблица 5) видно, что максимальный выигрыш на 2-м шаге обеспечивается

при назначении БПЛА №2 наблюдателем и БПЛА №3 в качестве атакующего для поражения Цели №2.

Таблица 5

Условно-оптимальные решения (2-й этап)

	1 _{1j}			2 _{1j}			3 _{1j}			6 _{1j}		
	2 _{2j}	3 _{2j}	6 _{2j}	1 _{2j}	3 _{2j}	6 _{2j}	1 _{2j}	2 _{2j}	6 _{2j}	1 _{2j}	2 _{2j}	3 _{2j}
Ц2					929			375				
Ц3	606									922		

На 1-ом шаге остаются два варианта назначения, представленные в таблице 6, максимальный выигрыш которого показывает о необходимости назначения БПЛА №6 наблюдателем и БПЛА №1 в качестве камикадзе для поражения Цели №3.

Таблица 6

Условно-оптимальные решения (1-й этап)

	1 _{1j}	6 _{1j}
	6 _{2j}	1 _{2j}
Ц3	484	922

Выполнив обратный переход из начального состояния в конечное видно, что каждое последующее управление обеспечивает оптимальный выигрыш $P_1(y_0) < P_2(y_1) < P_3(y_2) < P_4(y_3)$, что соответствует принципу оптимальности Беллмана.

На рисунке 3 графически представлена схема, поясняющая процесс назначения, а на рисунке 4 – результат принятого решения о назначении БПЛА для решения задач при поражении целей.

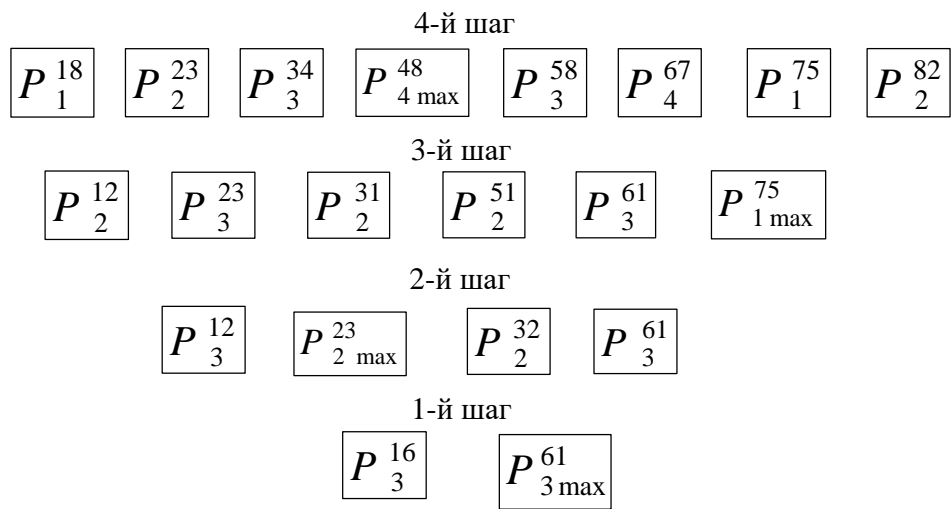


Рисунок 3 – Этапы тактического назначения

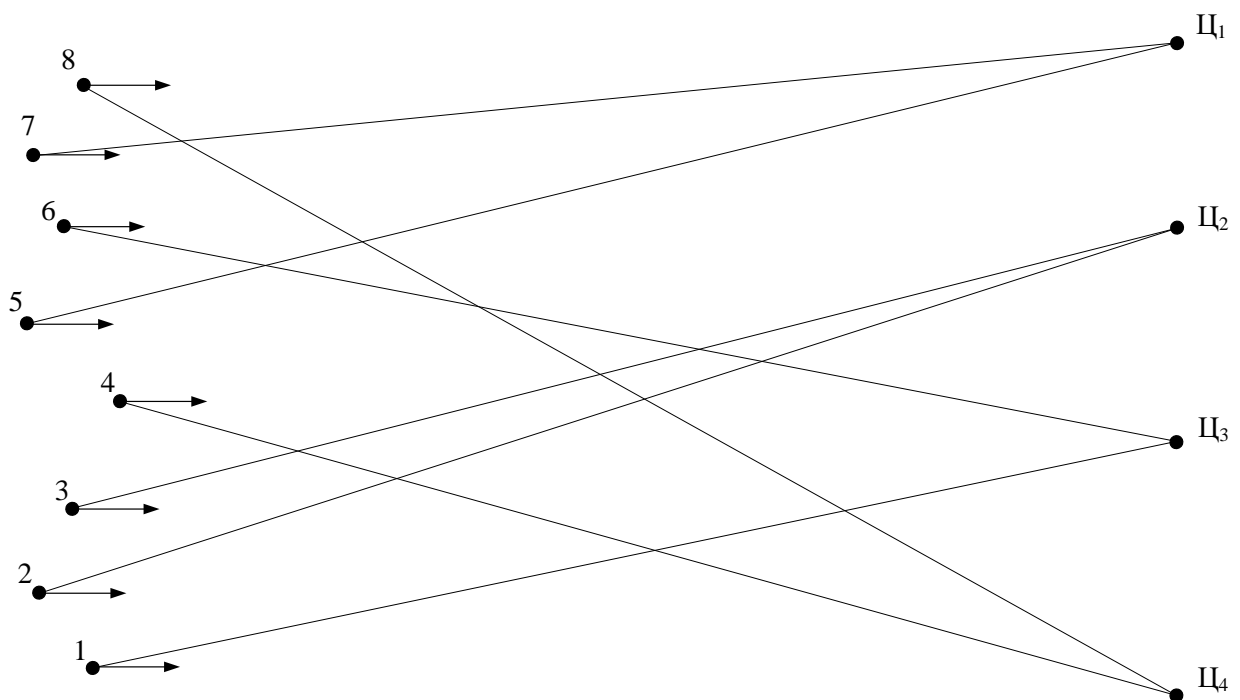


Рисунок 4 – Принятое решение о назначении БПЛА для решения задач при поражении целей

Одним из путей снижения количества параметров, необходимых для расчета значений прогнозируемых условных вероятностей, является ограничение сектора обзора для каждого БПЛА.

Необходимо секторы обзора каждого из элементов определить в диапазоне $\pm 90^\circ$ от строительной оси БПЛА ($\varepsilon_{in} < 90^\circ$), что в свою очередь позволяет обеспечить связи «БПЛА(н)-БПЛА(а)-Цель», исключая их дублирование (рисунок 5).

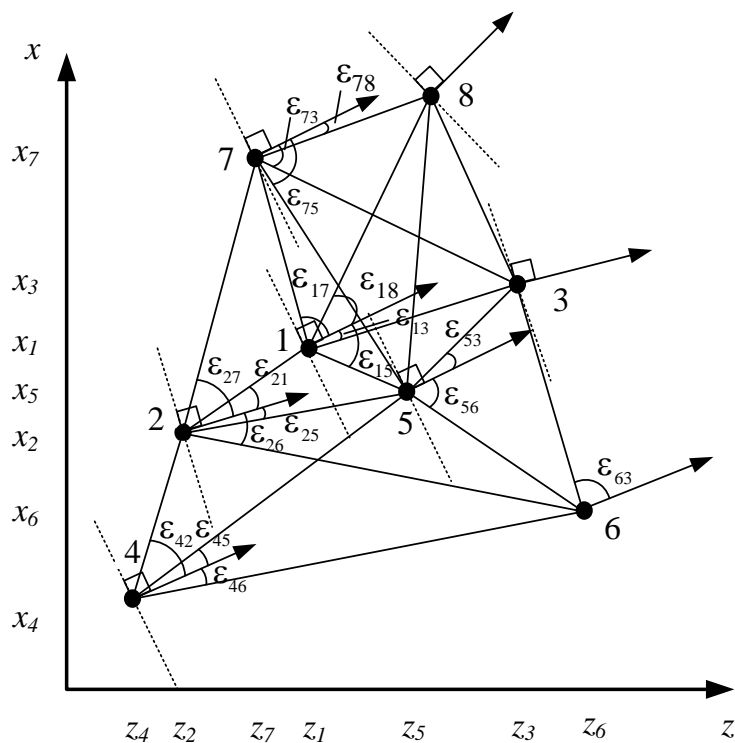


Рисунок 5 – Секторы обзора БПЛА

В секторе обзора каждого БПЛА находится цель и впереди летящий БПЛА. Если БПЛА наблюдает цель, но не наблюдает другие БПЛА, тогда принимается решение, что такой БПЛА может выступать только в роли камикадзе n_{2j} . Если БПЛА не наблюдает другие БПЛА и не наблюдает цель, либо наблюдает другие БПЛА, но не наблюдает цель – он назначается наблюдателем без цели n_{10} .

Количеством решений по значениям в таблице можно определять (назначать), сколько БПЛА будут атаковать одну цель. В строке если выбрать одну ячейку, наиболее оптимальную по вероятности поражения цели, значит атакует один БПЛА(а), сопровождаемый одним БПЛА(н), если выбрать две ячейки (что соответствует двум связям «БПЛА(н)-БПЛА(а)-Цель» с одной целью), то и атаку будут осуществлять две пары БПЛА. Варьируя требуемым количеством БПЛА(н) (верхняя графа в таблице 2) можно определять, сколько БПЛА(н) должно сопровождать одну цель, или сколько БПЛА(а) должно атаковать одну цель.

Сравнительный анализ полученного метода с методами, представленными в [4, 14], показал следующее:

1. метод универсальный, применим при наведении на воздушные и наземные цели, и не зависит от количества применяемых БПЛА и атакуемых целей;
2. принятые показатели эффективности имеют одну физическую природу – один характер решаемых частных задач, что позволяет решать однокритериальную задачу;
3. отсутствие необходимости решения задачи определения приоритетности.

Для реализации разработанного метода необходимо формировать оценки дальностей между всеми БПЛА и всеми целями, а также скорости взаимного сближения и пеленги БПЛА и целей.

Данные оценки могут формироваться с высокой точностью по результатам измерений существующих датчиков в импульсно-доплеровской БРЛС, что свидетельствует о их практической реализуемости.

Заключение

Таким образом, разработанный в статье метод управления тактическим назначением беспилотных летательных аппаратов в составе группы, основанный на принципе оптимальности Беллмана, позволит повысить эффективность их групповых действий за счёт распределения тактических задач в зависимости от сложившейся воздушной целевой обстановки.

Назначение задачи каждому БПЛА осуществляется с учетом предложенных частных показателей эффективности – вероятностью успешного наблюдения каждым БПЛА за каждой целью и вероятностью выхода каждого БПЛА в атаку каждой цели.

В качестве информационного обеспечения для функционирования метода управления тактическим назначением БПЛА в группе необходимо формировать оценки дальности, скорости и пеленга. Данные параметры могут формироваться в импульсно-доплеровской БРЛС с высокой точностью, что свидетельствует о практической реализуемости данного метода.

Результаты исследования работоспособности разработанного метода управления тактическим назначением БПЛА в составе группы, выполненные на основе расчетов, свидетельствуют об успешном его применении в различных условиях сложившейся воздушной целевой обстановки.

Изложенный в статье метод может являться прототипом для развития данного направления управления тактическим назначением.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Список источников

1. В.С. Верба. Принципы построения перспективных бортовых РЛС: возможности и ограничения // Радиотехника, 2019, т. 83, № 5 (1), с. 11-24
2. Автоматическое сопровождение целей в РЛС интегрированных авиационных комплексов. Многоцелевое сопровождение. Т. 3. Монография в 3-х томах / под ред. В.С. Вербы. – Радиотехника, 2018. 392 с.
3. Ненашев В.А., Сенцов А.А. Пространственно-распределенные системы радиолокационного и оптического мониторинга / Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2022. – 191 с.
4. Богданов А.В., Закомолдин Д.В. Метод наведения пары истребителей с распределением между ними задач подавления и поражения воздушной цели // Радиотехника. 2021. Т. 85. № 2. С. 133–146.
5. Методы оценки эффективности вооружения и военной техники / под редакцией Буренка В.М. — Изд. 2-е доп. М.: Издательский дом «Граница», 2022.- 264 с.,
6. Кринецкий Е.И. Системы самонаведения. — М.: Машиностроение, 1970. - 236с.
7. Динамическое проектирование систем управления автоматических маневренных летательных аппаратов: Учебное пособие для вузов/ Е.А. Федосов,

В.Т. Бобронников, М.Н. Красильщиков, и др. — М.: Машиностроение, 1997. — 336с.].

8. Панов В.В., Горчица Г.И., Балыко Ю.П. и др. Формирование рационального облика перспективных авиационных ракетных систем и комплексов/РАРАН. — М.: Машиностроение, 2010. -е.

9. КимЛ.П. Методы поиска и преследования подвижных объектов. — М.: Наука, 1989. 336 с.

10. Многофункциональные комплексы беспилотных летательных аппаратов/Д.Д. Полтавский, А.А Бурба., А.Е Аверкин, В.В Макаров, В.В. Маклаков, Под ред. Е.Я. Рубиновича. — М.: ИПУ РАН, 2015. - 204с

11. Петровский А.Б. Теория принятия решений. – М.: Издательский центр «Академия», 2009. – 400 с.

12. Вагнер Г. Основы исследования операций. Т. 2. / пер. с англ. В.Я. Алтаева. – Мир, 1973. – 488 с.

13. Автоматическое сопровождение целей в РЛС интегрированных авиационных комплексов. Теоретические основы. РЛС в составе интегрированного авиационного комплекса. Т.1. Монография в 3-х томах / под ред. В.С. Вербы. Радиотехника, 2018. 360 с.

14. Закомолдин Д.В., Богданов А.В. Метод оптимизации управления тактическим назначением истребителей в группе в зависимости от сложившейся воздушной целевой обстановки // Успехи современной радиоэлектроники. 2022. Т. 76. №1. С. 31-42.

References

1. V.S. Verba. Principles of Designing Advanced Airborne Radars: Potential and Limitations // Radio Engineering, 2019, Vol. 83, No. 5 (1), pp. 11-24

2. Automatic Target Tracking in Radars of Integrated Aircraft Systems. Multipurpose Tracking. Vol. 3. Monograph in 3 volumes / edited by V.S. Verba. – Radio Engineering, 2018. 392 p.

3. V. A. Nenashev, A. A. Sentsov. Spatially Distributed Radar and Optical Monitoring Systems / Saint Petersburg: Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 2022. – 191 p.
4. A. V. Bogdanov, D. V. Zakomoldin. Method of Guiding a Pair of Fighters with the Distribution of Air Target Suppression and Destruction Tasks Between Them // Radio Engineering. 2021. Vol. 85. No. 2. Pp. 133–146.
5. Methods for Assessing the Effectiveness of Weapons and Military Equipment / edited by V. M. Burenok. 2nd supplemented edition. Moscow: Izdatel'skiy dom "Granitsa", 2022. 264 p.
6. E. I. Krinetskiy. Homing Systems. — Moscow: Mashinostroenie, 1970. -236 p.
7. Dynamic Design of Control Systems for Automatic Maneuverable Aircraft: A Textbook for Universities / E. A. Fedosov, V. T. Bobronnikov, M. N. Krasil'shchikov, et al. Moscow: Mashinostroenie, 1997. 336 p.
8. V. V. Panov, G. I. Gorchitsa, Yu. P. Balyko. and others. Formation of a Rational Concept of Promising Aircraft Missile Systems and Complexes/RARAS. Moscow: Mashinostroenie, 2010.
9. Kim L.P. Methods of Searching and Pursuing Moving Objects. Moscow: Nauka, 1989. 336 p.
10. Multifunctional Complexes of Unmanned Aerial Vehicles/D.D. Poltavsky, A.A. Burba, A.E. Averkin, V.V. Makarov, V.V. Maklakov, Ed. by E.Ya. Rubinovich. Moscow: IPU RAS, 2015. - 204 p.
11. Petrovsky A.B. Decision Theory. Moscow: Publishing Center "Academy", 2009. 400 p.
12. Wagner G. Fundamentals of Operations Research. Vol. 2. / translated from English. V. Ya. Altaeva. Mir, 1973. 488 p.
13. Automatic Target Tracking in Radars of Integrated Aviation Complexes. Theoretical Foundations. Radar as Part of an Integrated Aviation Complex. Vol. 1. Monograph in 3 volumes / edited by V. S. Verba. Radio Engineering, 2018. 360 p.
14. Zakomoldin D. V., Bogdanov A. V. A Method for Optimizing the Management of the Tactical Assignment of Fighters in a Group Depending on the Current Air Target Situation // Advances in Modern Radio Electronics. 2022. Vol. 76. No. 1. Pp. 31-42.

Информация об авторах

Сергей Александрович Горбунов, кандидат технических наук, начальник 3 отдела научно-исследовательского НИЦ (ПВО-ПРО), Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования «Военная академия воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова», г. Тверь, Россия; SPIN-код: 8672-2503; AuthorID: 1049857; e-mail: gorbunov.sergey_2669@mail.ru

Сергей Яковлевич Миронович, кандидат технических наук, научный сотрудник 3 отдела научно-исследовательского НИЦ (ПВО-ПРО), Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования «Военная академия воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова», г. Тверь, Россия; AuthorID: 603305

Ирина Александровна Савельева, научный сотрудник 3 отдела научно-исследовательского НИЦ (ПВО-ПРО), Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования «Военная академия воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова», г. Тверь, Россия.

Павел Николаевич Хатунцев, соискатель ученой степени, Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования «Военная академия воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова», г. Тверь, Россия.

Information about the authors

Sergey A. Gorbunov, Candidate of Technical Sciences, Head of the 3rd Department of the Research Center (Air and Space Defense), Federal State State-Owned Military Educational Institution of Higher Education "Military Academy of Aerospace Defense named after Marshal of the Soviet Union G.K. Zhukov", Tver, Russia; SPIN-код: 8672-2503; AuthorID: 1049857; e-mail: gorbunov.sergey_2669@mail.ru

Sergey Ya. Mironovich, Candidate of Technical Sciences, Research Associate 3rd Department of the Research Center (Air and Space Defense), Federal State State-Owned Military Educational Institution of Higher Education "Military Academy of Aerospace

Defense named after Marshal of the Soviet Union G.K. Zhukov", Tver, Russia. AuthorID: 603305

Irina A. Savelyeva, Research Associate 3rd Department of the Research Center (Air and Space Defense), Federal State State-Owned Military Educational Institution of Higher Education "Military Academy of Aerospace Defense named after Marshal of the Soviet Union G.K. Zhukov", Tver, Russia.

Pavel N. Khatuntsev, academic degree applicant, Federal State State-Owned Military Educational Institution of Higher Education "Military Academy of Aerospace Defense named after Marshal of the Soviet Union G.K. Zhukov", Tver, Russia.

Получено 15 февраля 2026 ● Принято к публикации 17 марта 2026 ● Опубликовано 30 апреля 2026
Received 15 February 2026 ● Accepted 17 March 2026 ● Published 30 April 2026
