

Труды МАИ. 2025. № 141

Trudy MAI. 2025. No. 141. (In Russ.)

Научная статья

УДК 539.3

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184492>

EDN: <https://www.elibrary.ru/CRQJZW>

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ ВАФЕЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК В РАМКАХ ЛИНЕЙНОГО БИФУРКАЦИОННОГО ПОДХОДА В СОПОСТАВЛЕНИИ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Сергей Алексеевич Анисимов^{1✉}, Валентин Фёдорович Павлов², Вячеслав Петрович Сазанов³

^{1,2,3}Самарский национальный исследовательский университет имени академика

С.П. Королёва, Самара, Российская Федерация

¹ser85@bk.ru✉

²sopromat@ssau.ru

³sazanow@mail.ru

Аннотация. В статье представлены решения задач устойчивости при осевом сжатии трёх вафельных цилиндрических оболочек в рамках линейного бифуркационного подхода с использованием вычислительной модели, основанной на схеме численного интегрирования и гипотезе «размазывания», а также моделей, основанных на методе конечных элементов. Две из указанных оболочек имеют по три продольных сварных шва, которые обеспечивают соединение трёх составляющих каждую оболочку сегментов. Подобная технология изготовления оболочки может приводить к наличию у полученной оболочки начальных

несовершенств (в виде заметных отклонений её реальной формы от идеальной цилиндрической формы), которые могут оказывать существенное влияние на величину критической нагрузки. Третья оболочка изготовлена по бесшовной технологии и имеет менее выраженные начальные несовершенства. Результаты расчёта на устойчивость каждой из указанных оболочек в рамках схемы «размазывания» сравниваются с результатами расчётов на основе метода конечных элементов и эмпирико-статистического метода, а также с имеющимися экспериментальными данными. Вычислительная модель, основанная на гипотезе «размазывания» и построенная с применением процедуры ортогональной прогонки в сочетании со схемой Кутта-Мерсона численного интегрирования, даёт результат близкий (в пределах 3%) к конечно-элементной модели. Сравнение результатов численного моделирования с экспериментом показывает хорошее согласование по величине критической нагрузки (в пределах 11%). Эмпирико-статистический метод даёт достаточно консервативную оценку величины критической нагрузки, занижая результат до 38% по сравнению с экспериментом.

Ключевые слова: устойчивость при осевом сжатии; вафельная цилиндрическая оболочка; метод численного интегрирования; метод конечных элементов

Для цитирования: Анисимов С.А., Павлов В.Ф., Сазанов В.П. Численный анализ устойчивости при осевом сжатии вафельных цилиндрических оболочек в рамках линейного бифуркационного подхода в сопоставлении с экспериментом // Труды МАИ. 2025. № 141. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184492>

Original article

NUMERICAL ANALYSIS OF BUCKLING OF ORTHOGRID-STIFFENED CYLINDRICAL SHELLS UNDER AXIAL COMPRESSION WITHIN THE FRAMEWORK OF A LINEAR BIFURCATION APPROACH IN COMPARISON WITH EXPERIMENT

Sergey A. Anisimov^{1✉}, Valentin F. Pavlov², Vyacheslav P. Sazanov³

^{1,2,3}Samara National Research University named after Academician S.P. Korolev,
Samara, Russian Federation

¹ser85@bk.ru✉

²sopromat@ssau.ru

³sazanow@mail.ru

Abstract. The article presents solutions to buckling problems under axial compression of three orthogrid-stiffened cylindrical shells within the framework of a linear bifurcation approach using a computational model based on a numerical integration scheme and the "smearing" hypothesis, as well as models based on the finite element method. Two of these shells have three longitudinal welds, which ensure the connection of the three segments that make up each shell. Such a shell manufacturing technology can lead to the presence of initial imperfections in the resulting shell (in the form of noticeable deviations of its real shape from the ideal cylindrical shape), which can have a significant impact on the magnitude of the critical load. The third shell is made using seamless technology and has less pronounced initial imperfections. The results of the calculation for the buckling of each of these shells within the framework of the "smearing" scheme are compared with the results of calculations based on the finite element method and the empirical-statistical method, as well as with available experimental data. A computational model based on the "smearing" hypothesis and constructed using the orthogonal run procedure in combination with the Kutta-Merson scheme of numerical integration gives a result close (within 3%) to the finite element model. A comparison of the numerical simulation results with the experiment shows a good agreement on the magnitude of the critical load (within 11%). The empirical-statistical method gives a fairly conservative estimate of the magnitude of the critical load, underestimating the result by up to 38% compared with the experiment.

Keywords: buckling under axial compression, orthogrid-stiffened cylindrical shell, numerical integration method, finite element method

For citation: Anisimov S.A., Pavlov V.F., Sazanov V.P. Numerical analysis of buckling of orthogrid-stiffened cylindrical shells under axial compression within the framework of a linear bifurcation approach in comparison with experiment. *Trudy MAI*. 2025. No. 141. (In

Введение

Вафельные цилиндрические оболочки широко применяются в изделиях ракетно-космической техники в качестве силовых элементов конструкций, работающих в условиях больших значений осевых сжимающих нагрузок. Применение таких оболочек, подкреплённых по внутренней поверхности в осевом и окружном направлении регулярной ортогональной сеткой рёбер, позволяет значительно повысить величину критической нагрузки при осевом сжатии по сравнению с гладкими оболочками. Кроме того, в отличие от гладких оболочек вафельные оболочки менее чувствительны к начальным несовершенствам, которые неизбежно возникают в процессе изготовления. Для расчёта величины критической нагрузки, при которой происходит потеря устойчивости оболочки, используются различные методы [1-8]. На этапе проектирования наиболее распространённым является эмпирико-статистический метод [1], который основан на обработке большого количества испытаний соответствующих оболочек. Данный метод не учитывает технологию изготовления вафельных оболочек, а влияние начальных несовершенств учитывается эмпирическим коэффициентом устойчивости, который в разы снижает величину критической нагрузки по сравнению с идеальной оболочкой. Широко применяемый в расчётной практике метод конечных элементов позволяет детально анализировать напряженно-деформированное состояние конструкции, учитывать влияние начальных несовершенств на величину критической нагрузки, однако использование подробных конечно-элементных моделей при проведении необходимых параметрических исследований по устойчивости крупногабаритных конструкций может оказаться неэффективным вследствие больших затрат времени на разработку и расчёт отдельного варианта.

В последнее десятилетие активное развитие получило направление исследований, нацеленных на разработку методов, позволяющих оценивать необходимые для этапа проектирования значения коэффициента устойчивости k , опираясь не на эксперимент, а на расчётное моделирование [9-13]. Идея здесь

состояла в том, чтобы подобрать такой тип возмущения исходной идеальной формы оболочки, чтобы получаемое расчётным моделированием значение коэффициента k было не слишком заниженным (но и не завышенным) по сравнению с экспериментально устанавливаемым значением этого коэффициента. Если рассматривать кадры скоростной съёмки, регистрирующие поведение цилиндрической оболочки при осевом сжатии, которые представлены, например, в работах [14, 15], то можно заметить, что на начальном этапе нагружения в средней части оболочки образуется локальная вмятина, оказывающая влияние на формоизменение оболочки вплоть до потери устойчивости. Подробное исследование влияния несовершенства в виде локальной вмятины на устойчивость продольно сжимаемой цилиндрической оболочки проводилось, в частности, в работах [16-18]. Обширный перечень работ по исследованиям устойчивости оболочек с такого типа несовершенствами представлен в обзорных частях статей [9-12]. Укажем, что наиболее используемые подходы [13], которые позволяют путём расчётного моделирования оценивать необходимые для этапа проектирования значения коэффициента устойчивости k , основаны на задании возмущения, способствующего появлению локальной вмятины в рассматриваемой оболочке. Отмечено, что проведение вычислений в рамках такого подхода требует огромных временных затрат.

В публикациях [5-8] расчёт на устойчивость вафельных цилиндрических оболочек осуществляется с применением моделей, основанных на гипотезе «размазывания». При таком подходе подкреплённая сеткой рёбер оболочка приближённо рассматривается по схеме осесимметричной конструктивно-ортотропной оболочки, жесткостные характеристики которой определяются путём сложения жесткостей исходной (гладкой) оболочки с оцененными (тем или иным способом) жесткостными добавками со стороны подкрепляющей системы рёбер. Будучи реализованной на ЭВМ, подобная вычислительная модель существенным образом упрощает проблему задания требуемых для проведения расчётов исходных данных, касающихся характеристик исследуемой вафельной цилиндрической оболочки. Для реализации такой модели не требуется мощных ЭВМ даже

применительно к ситуации крупногабаритной оболочки. Остаются, однако, недостаточно исследованными вопросы, касающиеся степени согласованности получаемых на основе обозначенной модели расчётных результатов как с экспериментом, так и с результатами подробных конечно-элементных моделей.

В данной статье с использованием вычислительной модели [5, 6], основанной на гипотезе «размазывания», проводится численный анализ устойчивости вафельных цилиндрических оболочек, для которых имеются результаты тщательно выполненных экспериментов по осевому сжатию. Формулировка задачи устойчивости осуществляется в традиционной эйлеровой (бифуркационной) постановке с учётом линейности докритического напряжённо-деформированного состояния. Результаты расчёта с применением этой вычислительной модели сравниваются с результатами эксперимента, а также с результатами расчётов методом конечных элементов и эмпирико-статистическим методом. Укажем, что в части сравнения с экспериментом использованы представленные в публикациях [19-21] данные по испытанным на осевое сжатие трём образцам крупногабаритных вафельных (из алюминиевых сплавов) оболочек, обозначенных как ТА01, ТА07, СТА8.1.

Результаты численного моделирования и эксперимента по устойчивости образца ТА01

Рассмотрим вафельную цилиндрическую оболочку (ТА01), экспериментальные данные по осевому сжатию которой представлены в публикации [19]. Номинальные значения параметров данной вафельной оболочки имеют вид (см. рисунок 1): $R = 1219$ мм, $h = 2,54$ мм, $a_1 = a_2 = 2,54$ мм, $b_1 = b_2 = 7,62$ мм, $l_1 = l_2 = 101,6$ мм. Здесь индексами 1 и 2 отмечены параметры, относящиеся к характеристикам осевых и кольцевых рёбер, соответственно. Длина оболочки – $L = 1981$ мм. Материал оболочки – алюминиево-литиевый сплав с характеристиками упругости $E = 75842$ МПа, $\nu = 0,33$.

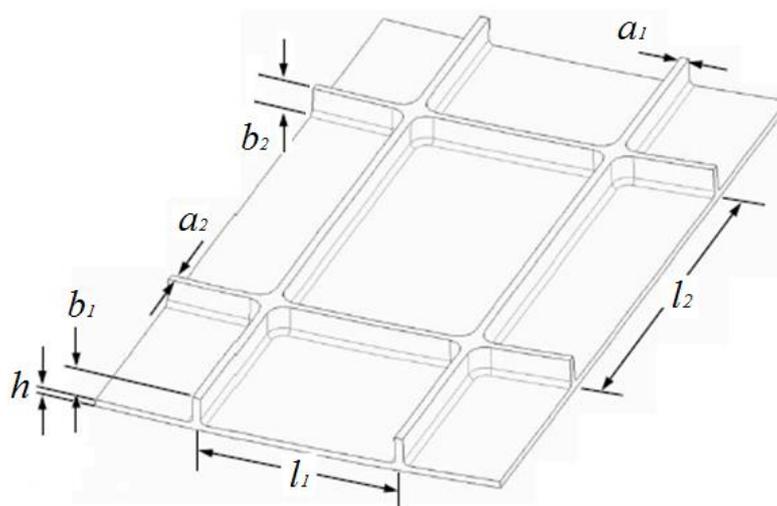


Рисунок 1 – Элемент вафельной оболочки

Данная оболочка составлена из трёх одинаковых (с регулярной ортогональной полученной фрезерованием сеткой рёбер) цилиндрических сегментов (с угловым размером 120 градусов), соединение которых друг с другом (в осевом направлении) осуществлено посредством сварки трением с перемешиванием (СТП). Тем самым в структуру изготовленной вафельной цилиндрической оболочки внесены три небольших по занимаемой площади сварочных участка, несколько нарушающих её однородность. Перед испытаниями оболочки на устойчивость были проведены замеры на предмет оценки отклонений её геометрических характеристик от указанных номинальных значений. Отклонения по диаметру оболочки были оценены величиной порядка 2,5 мм.

На рисунке 2 представлена полученная в результате проведённого испытания на осевое сжатие зависимость приложенной нагрузки Q от осевого перемещения u нагружаемого правого торца рассматриваемой оболочки. При достижении нагрузкой значения $Q_{кр} = 3065\text{кН}$ была зафиксирована потеря устойчивости оболочки.

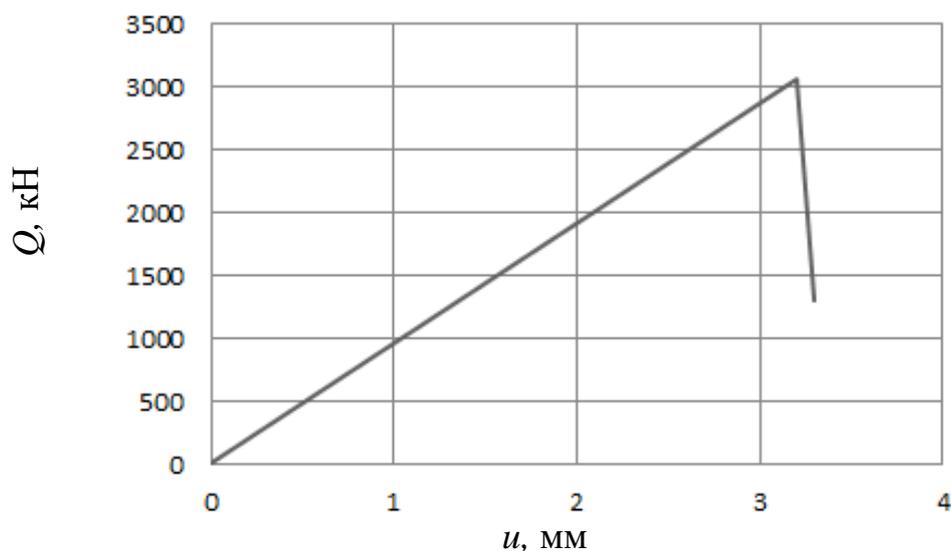


Рисунок 2 – Зависимость приложенной нагрузки Q от осевого перемещения u

Как видно, представленная зависимость является линейной вплоть до момента потери устойчивости оболочки. Это говорит о том, что докритическое состояние данной оболочки описывается линейными соотношениями и подтверждает обоснованность применения в данном случае линейного бифуркационного подхода при расчёте оболочки на устойчивость.

Для проведения расчёта данной оболочки на устойчивость в линейной бифуркационной постановке методом конечных элементов была разработана модель в среде программного комплекса MSC.Patran/Marc с использованием десяти узлового тетраэдрального элемента Tet10. В результате выполненного конечно-элементного (КЭ) моделирования получено значение $Q_{кр} = 3008,7$ кН, что на 2% ниже результата эксперимента. Полученная при этом форма потери устойчивости оболочки представлена на рисунке 3.

В целях дополнительного контроля полученных расчётных результатов осуществлено также построение в среде программного комплекса ABAQUS конечно-элементной модели с применением четырёх узлового оболочечного элемента S4. В результате выполненного численного моделирования получено значение $Q_{кр} = 3111$ кН, что на 3% выше результата моделирования с применением элемента Tet10.

Расчёт данной оболочки с использованием вычислительной модели, основанной на гипотезе «размазывания», привёл к результату $Q_{кр} = 2927$ кН, что на 5% ниже эксперимента. При этом получена форма потери устойчивости, характеризуемая пятнадцатью волнами в окружном направлении и семью полуволнами в осевом направлении, что полностью соответствует расчёту методом конечных элементов (см. рисунок 3). Указанное значение $Q_{кр} = 2927$ кН хорошо согласуется с расчётными результатами, полученными методом конечных элементов (различие от 3% до 6%).

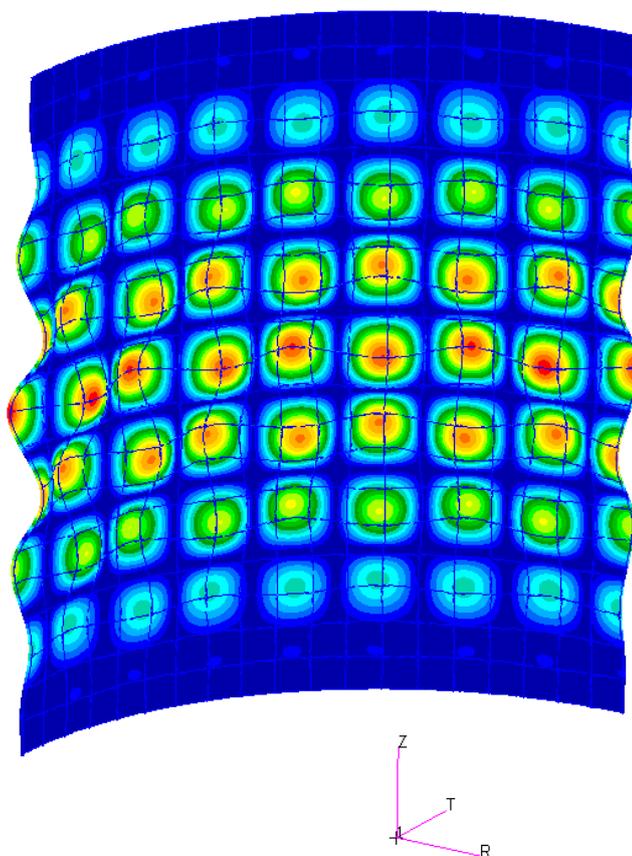


Рисунок 3 – Форма потери устойчивости оболочки ТА01, полученная конечно-элементным моделированием

В соответствии с работой [8] проведена оценка весовой эффективности данной вафельной оболочки. При такой оценке используется безразмерный параметр g , представляющий собой отношение массы гладкой изотропной оболочки к массе вафельной оболочки, имеющей такую же несущую способность при осевом сжатии.

В данном исследовании расчёт параметра g осуществляем по схеме:

$$g = \frac{\delta_{\text{гл}}}{\delta_{\text{ваф}}}, \quad (1)$$

где $\delta_{\text{гл}}$ – эквивалентная толщина гладкой оболочки;

$\delta_{\text{ваф}}$ – эквивалентная толщина вафельной оболочки.

Эквивалентная толщина гладкой оболочки определяется по формуле [1]:

$$\delta_{\text{гл}} = \sqrt{\frac{Q_{\text{кр}}}{2\pi k E}}, \quad (2)$$

где $Q_{\text{кр}}$ – величина критической нагрузки, полученная с использованием вычислительной модели, основанной на гипотезе «размазывания» (в данном случае $Q_{\text{кр}} = 2927 \text{ кН}$);

$k = 0,605$ – идеальный коэффициент устойчивости гладкой оболочки.

Расчёт эквивалентной толщины вафельной оболочки проводим по формуле:

$$\delta_{\text{ваф}} = h + \frac{a_2 b_2}{l_2} + \frac{a_1 b_1}{l_1}. \quad (3)$$

Для оболочки ТА01 имеем $\delta_{\text{гл}} = 3,18 \text{ мм}$, $\delta_{\text{ваф}} = 2,92 \text{ мм}$, соответственно $g = 1,09$. Таким образом, данная вафельная оболочка на 8% легче соответствующей гладкой оболочки, которая имеет такую же несущую способность. Кроме того, несущая способность данной вафельной оболочки в 1,19 раза выше несущей способности соответствующей гладкой оболочки с таким же весом.

Отмечая хорошее согласование результатов всех использованных при расчёте на устойчивость рассматриваемой оболочки вычислительных моделей, подтверждаем (как и в [22]), что при значении 0,025 параметра, равного отношению толщины ребра к шагу рёбер, расчёт на устойчивость вафельной оболочки с применением вычислительной модели, основанной на гипотезе «размазывания», приводит к адекватным результатам.

Расчёт данной оболочки эмпирико-статистическим методом [1] с использованием максимального значения эмпирического коэффициента устойчивости $k = 0,34$ даёт величину критической нагрузки $Q_{\text{кр}} = 2308,2 \text{ кН}$, что на 25% ниже эксперимента. При минимальном значении эмпирического коэффициента устойчивости $k = 0,28$ величина критической нагрузки принимает вид $Q_{\text{кр}} = 1896,9 \text{ кН}$, что на 38% ниже эксперимента.

Результаты численного моделирования и эксперимента по устойчивости образца ТА07

Рассмотрим далее (по той же схеме) вафельную цилиндрическую оболочку (ТА07), экспериментальные данные по осевому сжатию которой представлены в публикации [20]. Номинальные значения параметров этой оболочки имеют вид (см. рисунок 1): $R = 1219$ мм, $h = 2,286$ мм, $a_1 = 2,667$ мм, $a_2 = 2,54$ мм, $b_1 = b_2 = 8,89$ мм, $l_1 = 60,05$ мм, $l_2 = 111,76$ мм. Длина оболочки - $L=1981$ мм. Материал оболочки – алюминийево-литиевый сплав с характеристиками упругости $E = 75842$ МПа, $\nu = 0,33$.

Как и в случае образца ТА01, данная оболочка составлена из трёх одинаковых цилиндрических сегментов с угловым размером 120 градусов, соединение которых друг с другом в осевом направлении осуществлено посредством сварки СТП. Таким образом, в структуре оболочки ТА07 имеются три небольших по занимаемой площади сварочных участка, несколько нарушающих её однородность. Отклонения по диаметру внешней поверхности изготовленной оболочки составили величину порядка 2,7 мм.

Величина критической нагрузки, при которой произошла потеря устойчивости испытываемой на осевое сжатие оболочки, определена в виде $Q_{кр} = 2878$ кН. При этом, как и в предыдущем случае, зависимость приложенной нагрузки Q от осевого перемещения u вплоть до момента потери устойчивости оболочки была линейной.

Для проведения в линейной бифуркационной постановке конечно-элементного расчёта данной оболочки на устойчивость в среде программного комплекса MSC.Patran/Marc была построена модель с использованием тетраэдрального элемента Tet10. В результате выполненного КЭ моделирования получено значение $Q_{кр} = 3287,7$ кН, что на 14% выше результата эксперимента. Полученная при этом форма потери устойчивости оболочки представлена на рисунке 4.

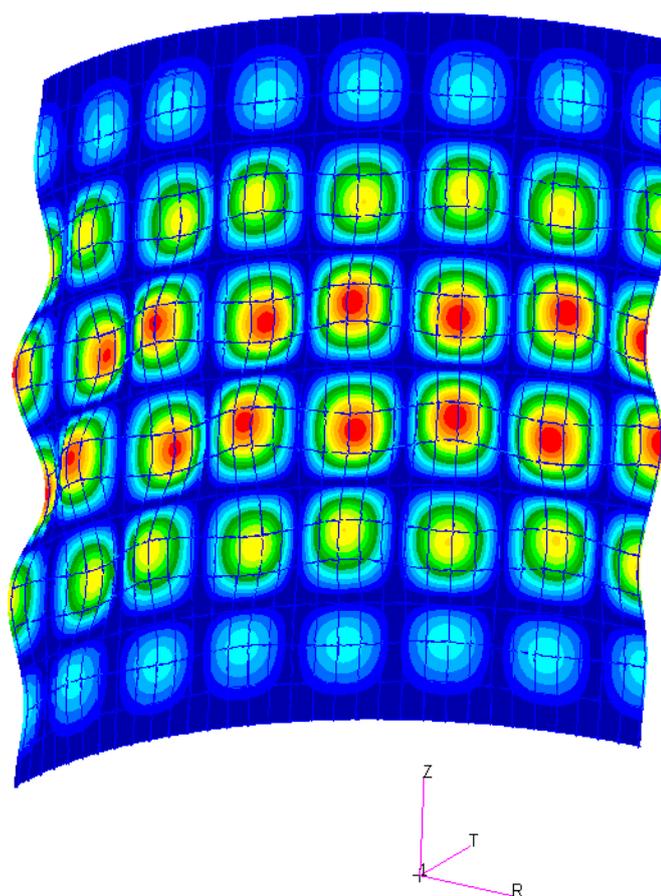


Рисунок 4 – Форма потери устойчивости оболочки ГА07, полученная конечно-элементным моделированием

Расчёт данной оболочки с использованием вычислительной модели, основанной на гипотезе «размазывания», привёл к результату $Q_{кр} = 3192$ кН, что на 11% выше эксперимента и на 3% ниже результата расчёта методом конечных элементов. При этом, как и при использовании КЭ модели, получена форма потери устойчивости, характеризуемая наличием 14 волн в окружном направлении и 6 полуволн в осевом направлении.

Оценка значения параметра g на основе формулы (1) даёт: $g = 1,15$ (при том, что $\delta_{гп} = 3,32$ мм, $\delta_{ваф} = 2,88$ мм). Это означает, что данная вафельная оболочка на 13% легче соответствующей гладкой оболочки, которая имеет такую же несущую способность, а также, что несущая способность данной вафельной оболочки в 1,32 раза выше несущей способности соответствующей гладкой оболочки с таким же весом.

Отмечая хорошее согласование результатов двух использованных при расчёте

на устойчивость рассматриваемой оболочки вычислительных моделей, подтверждаем (в соответствии с [22]), что при значении 0,044 параметра, равного отношению толщины ребра к шагу рёбер, расчёт на устойчивость вафельной оболочки с применением вычислительной модели, основанной на гипотезе «размазывания», приводит к адекватным результатам.

Расчёт данной оболочки эмпирико-статистическим методом [1] с использованием максимального значения эмпирического коэффициента устойчивости $k = 0,34$ даёт величину критической нагрузки $Q_{кр} = 2718,7$ кН, что на 6% ниже эксперимента. При минимальном значении эмпирического коэффициента устойчивости $k=0,28$ величина критической нагрузки принимает вид $Q_{кр} = 2238,9$ кН, что на 22% ниже эксперимента.

Результаты численного моделирования и эксперимента по устойчивости образца СТА8.1

Переходим теперь к рассмотрению (по принятой схеме) вафельной цилиндрической оболочки (СТА8.1), экспериментальные данные по осевому сжатию которой представлены в публикации [21]. Номинальные значения параметров этой оболочки имеют вид (см. рисунок 1): $R = 1219$ мм, $h = 1,913$ мм, $a_1 = a_2 = 1,778$ мм, $b_1 = b_2 = 12,7$ мм, $l_1 = 52,83$ мм, $l_2 = 128,63$ мм. Длина оболочки - $L=1981$ мм. Материал оболочки – алюминивно-медный сплав с характеристиками упругости $E = 73981$ МПа, $\nu = 0,33$.

Данная оболочка изготовлена из единого слитка массой более 3600 кг, с использованием процесса формования в потоке для получения цилиндра с наружным диаметром 2451,1 мм, длиной 2286 мм и толщиной стенки 63,5 мм. Этот цилиндр был подвержен термической обработке. С торцов цилиндра был удалён материал для проверки его свойств. В результате было подтверждено, что процесс формования в потоке обеспечивает соответствующие свойства материала. Далее внешняя поверхность цилиндра была обработана до конечного диаметра 2438 мм. Вафельный фон на внутренней поверхности цилиндра формировался с помощью 7-осевого фрезерного станка. Таким образом, данная оболочка не имеет сварных швов

в отличие от образцов TA01 и TA07. После изготовления были проведены замеры отклонений по диаметру внешней поверхности оболочки, которые были оценены величиной порядка 1,5 мм. Эксперимент по определению несущей способности при осевом сжатии оболочки STA8.1 привёл к значению критической нагрузки $Q_{кр} = 3305$ кН. При этом, как и в предыдущих случаях, зависимость приложенной нагрузки Q от осевого перемещения u вплоть до момента потери устойчивости оболочки была линейной.

Для проведения конечно-элементного расчёта данной оболочки на устойчивость в линейной бифуркационной постановке была построена модель в среде программного комплекса MSC.Patran/Marc с использованием элемента Tet10. В результате выполненного КЭ моделирования получено значение $Q_{кр} = 3424,2$ кН, что на 4% выше результата эксперимента. Полученная при этом форма потери устойчивости оболочки представлена на рисунке 5.

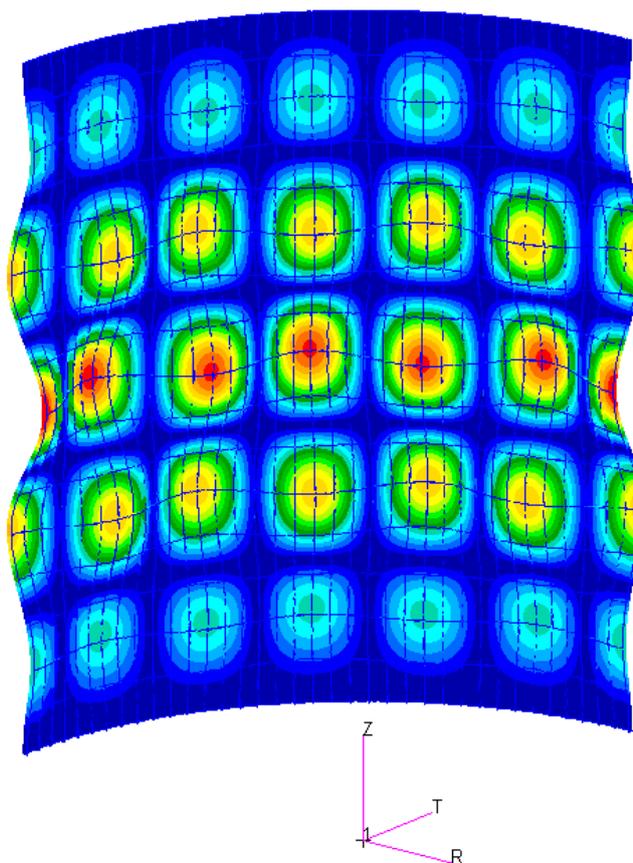


Рисунок 5 – Форма потери устойчивости оболочки STA8.1, полученная конечно-элементным моделированием

Расчёт данной оболочки с использованием вычислительной модели, основанной на гипотезе «размазывания», привёл к результату $Q_{кр} = 3445$ кН, что на 4% выше эксперимента и практически совпадает (в пределах 1%) с результатом расчёта методом конечных элементов. При этом, как и при использовании КЭ модели, была получена форма потери устойчивости, характеризуемая наличием 12 волн в окружном направлении и 5 полуволн в осевом направлении.

Оценка значения параметра g по формуле (1) применительно к данному случаю даёт: $g = 1,4$ (при том, что $\delta_{гл} = 3,52$ мм, $\delta_{ваф} = 2,5$ мм). Это означает, что данная вафельная оболочка на 29% легче соответствующей гладкой оболочки, которая имеет такую же несущую способность, а также, что несущая способность данной вафельной оболочки в 1,96 раза выше несущей способности соответствующей гладкой оболочки с таким же весом.

Отмечая практическое совпадение результатов двух использованных при расчёте на устойчивость данной оболочки вычислительных моделей, подтверждаем (в соответствии с [22]), что при значении 0,034 параметра, равного отношению толщины ребра к шагу рёбер, расчёт на устойчивость вафельной оболочки с применением вычислительной модели, основанной на гипотезе «размазывания», приводит к адекватным результатам.

Расчёт данной оболочки эмпирико-статистическим методом [1] с использованием максимального значения эмпирического коэффициента устойчивости $k = 0,34$ даёт величину критической нагрузки $Q_{кр} = 3028$ кН, что на 9% ниже эксперимента. При минимальном значении эмпирического коэффициента устойчивости $k=0,28$ величина критической нагрузки принимает вид $Q_{кр} = 2493,6$ кН, что на 25% ниже эксперимента.

Заключение

Представлены решения задач устойчивости при осевом сжатии трёх крупногабаритных вафельных (из алюминиевых сплавов) цилиндрических оболочек, осуществлённые в рамках линейного бифуркационного подхода с использованием вычислительной модели, основанной на гипотезе «размазывания»

(метод численного интегрирования), а также моделей, основанных на методе конечных элементов. Показано, что для трёх принятых к рассмотрению (различной структуры) оболочек, изготовленных с применением различных технологий, вычислительная модель, основанная на гипотезе «размазывания», даёт результат близкий (в пределах 3%) к тому, что даёт подробная конечно-элементная модель. Сравнение результатов отмеченной (существенно упрощённой) вычислительной модели с результатами эксперимента указывает на их хорошую согласованность (в пределах 11%), что говорит о возможности получения с применением этой модели достаточно точной и быстрой оценки величины критической нагрузки для сжимаемой в осевом направлении вафельной оболочки. Соответственно в данной вычислительной модели для трёх рассмотренных оболочек можно использовать коэффициент понижения на величину критической нагрузки 0,89. Также проведёнными расчётами показано, что эмпирико-статистический метод (применительно к рассмотренным трём вафельным оболочкам) даёт достаточно консервативную оценку величины критической нагрузки, занижая результат до 38% по сравнению с экспериментом. Это можно объяснить тем, что рассмотренные образцы вафельных оболочек выполнены в рамках современных усовершенствованных технологий, а статистических данных по устойчивости подобного типа оболочек крайне недостаточно, чтобы вносить коррекции в имеющийся эмпирико-статистический подход к расчёту оболочек на устойчивость.

Список источников

1. Лизин В.Т., Пяткин В.А. Проектирование тонкостенных конструкций. - М.: Машиностроение, 1976. - 408 с.
2. Егоров И.А. Учёт пластических деформаций при проектировании отсеков вафельного типа // Труды МАИ. 2022. № 122. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=164103>. DOI: [10.34759/trd-2022-122-04](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-04)
3. Малинин Г.В. Методики расчета ребристых пластин на прочность и устойчивость // Труды МАИ. 2021. № 121. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=162655>. DOI: [10.34759/trd-2021-121-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-121-08)

4. Фирсанов В.В., Во А.Х., Чан Н.Д. Исследование продольно подкрепленных цилиндрических оболочек под действием локальной нагрузки по уточненной теории // Труды МАИ. 2018. № 104. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=102130>
5. Анисимов С.А. Численный анализ устойчивости при осевом сжатии вафельных цилиндрических оболочек из алюминиевых сплавов // Труды МАИ. 2024. № 134. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178880>
6. Анисимов С.А., Сухомлинов Л.Г., Токарев А.Е. Прогноз критических нагрузок сжимаемых в осевом направлении вафельных цилиндрических оболочек в сопоставлении с экспериментальными данными // Космонавтика и ракетостроение. 2024. №1 (134). С. 58-67.
7. Wang B., Tian K., Hao P., Zheng Y., Ma Y., Wang J. Numerical-based smeared stiffener method for global buckling analysis of grid-stiffened composite cylindrical shells // Composite Structures. 2016. No. 152. P. 807-815. DOI: [10.1016/j.compstruct.2016.05.096](https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.05.096)
8. Незванов Д.Н. Устойчивость цилиндрических оболочек вафельного типа при осевом сжатии // В сб.: Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. – Куйбышев: КуАИ, 1971. С. 119-132.
9. Wang B., Du K., Hao P., Zhou C., Tian K. et al. Numerically and experimentally predicted knockdown factors for stiffened shells under axial compression // Thin-Walled Structures. 2016. No. 109. P. 13-24. DOI: [10.1016/j.tws.2016.09.008](https://doi.org/10.1016/j.tws.2016.09.008)
10. Wagner H.N.R., Huhne C., Niemann S., Tian K., Wang B., Hao P. Robust knockdown factors for the design of cylindrical shells under axial compression: Analysis and modeling of stiffened and unstiffened cylinders // Thin-Walled Structures. 2018. No. 127. P. 629-645. DOI: [10.1016/j.tws.2018.01.041](https://doi.org/10.1016/j.tws.2018.01.041)
11. Tian K., Wang B., Hao P., Waas A.M. A high-fidelity approximate model for determining lower-bound buckling loads for stiffened shells // International Journal of Solids and Structures. 2018. No. 148-149. P. 14–23. DOI: [10.1016/j.ijsolstr.2017.10.034](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.10.034)
12. Wang B., Yang M., Zeng D., Hao P., Li G., Li Y., Tian K. Post-buckling behavior of stiffened cylindrical shell and experimental validation under non-uniform external pressure and axial compression // Thin-Walled Structures. 2021. No. 161. P. 1-12. DOI:

[10.1016/j.tws.2021.107481](https://doi.org/10.1016/j.tws.2021.107481)

13. Hilburger M.W. Developing the next generation shell buckling design factors and technologies // in: Proceedings of the 53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics and materials conference, Honolulu. 2012. DOI: [10.2514/6.2012-1686](https://doi.org/10.2514/6.2012-1686)
14. Almroth B.O., Holmes A.M., Brush D.O. An experimental study of the buckling of cylinders under axial compression // Experimental Mechanics. 1964. Vol. 4, No. 9. P. 263-270. DOI: [10.1007/BF02323088](https://doi.org/10.1007/BF02323088)
15. Tennyson R.C. A note on the classical buckling load of circular cylindrical shells under axial compression // AIAA Journal. 1963. Vol. 1, No. 2. P. 475-476.
16. Конох В.И., Красовский В.Л. О влиянии изолированной локальной вмятины на устойчивость гладких тонкостенных цилиндров при продольном сжатии // Сопротивление материалов и теория сооружений. 1973. № 21. С. 114–121.
17. Евкин А.Ю., Красовский В.Л., Маневич Л.И. Устойчивость продольно сжатых цилиндрических оболочек при локальных квазистатических воздействиях // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1978. № 6. С. 96-100.
18. Krasovsky V., Marchenko V., Schmidt R. Deforming and buckling of axially compressed cylindrical shells with local loads in numerical simulations and experiments // Thin-Walled Structures. 2011. Vol. 49, P. 576-580. DOI: [10.1016/j.tws.2010.09.009](https://doi.org/10.1016/j.tws.2010.09.009)
19. Hilburger M.W., Waters W.A.J., Haynie W.T. Buckling Test Results from the 8-Foot-Diameter Orthogrid-Stiffened Cylinder Test Article TA01, 2015 [Test Dates: 19-21 November 2008], NASA/TP-2015-218785, L-20490, NF1676L-20067.
20. Hilburger M, Lindell MC, Waters WA, Gardner NW. Test and Analysis of Buckling Critical Stiffened Metallic Launch Vehicle Cylinders // In: 2018 AIAA/ASCE/AHS/ ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. January 2018. DOI: [10.2514/6.2018-1697](https://doi.org/10.2514/6.2018-1697)
21. Rudd M.T., Hilburger M.W., Lovejoy A.E., Lindell M.C., Gardner N.W., Schultz M.R. Buckling response of a large-scale, seamless, orthogrid-stiffened metallic cylinder // in: 2018 AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. January 2018. DOI: [10.2514/6.2018-1987](https://doi.org/10.2514/6.2018-1987)
22. Анисимов С.А. Павлов В.Ф., Сазанов В.П. О границах применимости модели

конструктивно-ортотропной оболочки в задачах расчёта на устойчивость при осевом сжатии вафельных цилиндрических оболочек // Динамика и виброакустика. 2024. Т. 10, № 2. С. 49-58. DOI: [10.18287/2409-4579-2024-10-2-49-58](https://doi.org/10.18287/2409-4579-2024-10-2-49-58)

References

1. Lizin V.T., Pyatkin V.A. *Proektirovanie tonkostennykh konstruktssii*. (Design of thin-walled structures). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1976. 408 p.
2. Egorov I.A. Consideration of plastic deformations in the design of wafer-type compartments. *Trudy MAI*. 2022. No. 122. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=164103>. DOI: [10.34759/trd-2022-122-04](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-04)
3. Malinin G.V. Methods of calculation of ribbed plates for strength and stability. *Trudy MAI*. 2021. No. 121. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=162655>. DOI: [10.34759/trd-2021-121-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-121-08)
4. Firsanov V.V., Vo A.Kh., Chan N.D. Studying stiffened shells stress state by the refined theory with account for ribs elasticity and clamped edge. *Trudy MAI*. 2018. No. 104. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=102130>
5. Anisimov S.A. Numerical analysis of buckling under axial compression of orthogrid-stiffened cylindrical shells made of aluminum alloys. *Trudy MAI*. 2024. No. 134. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=178880>
6. Anisimov S.A., Sukhomlinov L.G., Tokarev A.E. Calculated prediction of critical loads for axially compressed waffle cylindrical shells made of aluminum alloys in comparison with experiment. *Kosmonavtika i raketostroenie*. 2024. No.1 (134). P. 58-67. (In Russ.)
7. Wang B., Tian K., Hao P., Zheng Y., Ma Y., Wang J. Numerical-based smeared stiffener method for global buckling analysis of grid-stiffened composite cylindrical shells. *Composite Structures*. 2016. No. 152. P. 807-815. DOI: [10.1016/j.compstruct.2016.05.096](https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.05.096)
8. Nezvanov D.N. *Ustoichivost' tsilindricheskikh obolochek vafel'nogo tipa pri osevom szhatii // V sb.: Voprosy prochnosti elementov aviatsionnykh konstruktssii* (Buckling of cylindrical shells of wafer type at axial compression // In.: Questions of durability of elements of aviation designs). Kuibyshev: KuAI Publ., 1971. P. 119-132.
9. Wang B., Du K., Hao P., Zhou C., Tian K. et al. Numerically and experimentally predicted knockdown factors for stiffened shells under axial compression. *Thin-Walled*

Structures. 2016. No. 109. P. 13-24. DOI: [10.1016/j.tws.2016.09.008](https://doi.org/10.1016/j.tws.2016.09.008)

10. Wagner H.N.R., Huhne C., Niemann S., Tian K., Wang B., Hao P. Robust knockdown factors for the design of cylindrical shells under axial compression: Analysis and modeling of stiffened and unstiffened cylinders. *Thin-Walled Structures*. 2018. No. 127. P. 629-645.

DOI: [10.1016/j.tws.2018.01.041](https://doi.org/10.1016/j.tws.2018.01.041)

11. Tian K., Wang B., Hao P., Waas A.M. A high-fidelity approximate model for determining lower-bound buckling loads for stiffened shells. *International Journal of Solids and Structures*. 2018. No. 148-149. P. 14–23. DOI: [10.1016/j.ijsolstr.2017.10.034](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.10.034)

12. Wang B., Yang M., Zeng D., Hao P., Li G., Li Y., Tian K. Post-buckling behavior of stiffened cylindrical shell and experimental validation under non-uniform external pressure and axial compression. *Thin-Walled Structures*. 2021. No. 161. P. 1-12. DOI:

[10.1016/j.tws.2021.107481](https://doi.org/10.1016/j.tws.2021.107481)

13. Hilburger M.W. Developing the next generation shell buckling design factors and technologies. *Proceedings of the 53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics and materials conference*, Honolulu. 2012. DOI: [10.2514/6.2012-1686](https://doi.org/10.2514/6.2012-1686)

14. Almroth B.O., Holmes A.M., Brush D.O. An experimental study of the buckling of cylinders under axial compression. *Experimental Mechanics*. 1964. Vol. 4, No. 9. P. 263-270. DOI: [10.1007/BF02323088](https://doi.org/10.1007/BF02323088)

15. Tennyson R.C. A note on the classical buckling load of circular cylindrical shells under axial compression. *AIAA Journal*. 1963. Vol. 1, No. 2. P. 475-476.

16. Konokh V.I., Krasovskii V.L. About influence of the isolated local dimple on buckling of smooth thin-walled cylinders at axial compression. *Soprotivlenie materialov i teoriya sooruzhenii*. 1973. No. 21. P. 114–121. (In Russ.)

17. Evkin A.YU., Krasovskii V.L., Manevich L.I. Buckling of axial compressed cylindrical shells at local quasistatic influences. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela*. 1978. No. 6. P. 96-100. (In Russ.)

18. Krasovsky V., Marchenko V., Schmidt R. Deforming and buckling of axially compressed cylindrical shells with local loads in numerical simulations and experiments. *Thin-Walled Structures*. 2011. Vol. 49, P. 576-580. DOI: [10.1016/j.tws.2010.09.009](https://doi.org/10.1016/j.tws.2010.09.009)

19. Hilburger M.W., Waters W.A.J., Haynie W.T. *Buckling Test Results from the 8-Foot-*

Diameter Orthogrid-Stiffened Cylinder Test Article TA01, 2015 [Test Dates: 19-21 November 2008], NASA/TP-2015-218785, L-20490, NF1676L-20067.

20. Hilburger M, Lindell MC, Waters WA, Gardner NW. Test and Analysis of Buckling Critical Stiffened Metallic Launch Vehicle Cylinders. *In: 2018 AIAA/ASCE/AHS/ ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. January 2018. DOI: [10.2514/6.2018-1697](https://doi.org/10.2514/6.2018-1697)

21. Rudd M.T., Hilburger M.W., Lovejoy A.E., Lindell M.C., Gardner N.W., Schultz M.R. Buckling response of a large-scale, seamless, orthogrid-stiffened metallic cylinder. *In: 2018 AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. January 2018. DOI: [10.2514/6.2018-1987](https://doi.org/10.2514/6.2018-1987)

22. Anisimov S.A. Pavlov V.F., Sazanov V.P. On the applicability limits of the structurally orthotropic shell model in problems of calculating the buckling under axial compression of waffle cylindrical shells. *Dinamika i vibroakustika*. 2024. Vol. 10, No. 2. С. 49-58. (In Russ.). DOI: [10.18287/2409-4579-2024-10-2-49-58](https://doi.org/10.18287/2409-4579-2024-10-2-49-58)

Статья поступила в редакцию 12.12.2024

Одобрена после рецензирования 20.12.2024

Принята к публикации 25.04.2025

The article was submitted on 12.12.2024; approved after reviewing on 20.12.2024; accepted for publication on 25.04.2025