

Труды МАИ. 2022. № 123

Trudy MAI, 2022, no. 123

Научная статья

УДК: 533.6.011.32:629.7.025.1

DOI:[10.34759/trd-2022-123-06](https://doi.org/10.34759/trd-2022-123-06)

## УЧЁТ ОСОБЕННОСТЕЙ ОБТЕКАНИЯ ДУГООБРАЗНЫХ КРЫЛЬЕВ НА ЭТАПЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

**Игорь Александрович Егоров**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

[egorov\\_ff@rambler.ru](mailto:egorov_ff@rambler.ru)

*Аннотация.* На базе использования метода дискретных вихрей рассматриваются особенности обтекания дугообразного крыла на дозвуковых скоростях. Показана важность учёта кривизны дугообразного крыла на всех этапах расчёта. Построена методика, позволяющая проводить определение распределения аэродинамической нагрузки по дугообразным крыльям различных схем и значения коэффициентов подъемной силы.

*Ключевые слова:* обтекание, аэродинамическая нагрузка, дозвуковая скорость, дугообразное крыло, кривизна, метод дискретных вихрей, густота сетки, подъемная сила

*Для цитирования:* Егоров И.А. Учёт особенностей обтекания дугообразных крыльев на этапе проектирования // Труды МАИ. 2022. № 123. DOI:[10.34759/trd-2022-123-06](https://doi.org/10.34759/trd-2022-123-06)

## TAKING INTO ACCOUNT THE FEATURES OF THE FLOW AROUND THE ARC-SHAPED WINGS AT THE DESIGN STAGE

**Igor A. Egorov**

Moscow Aviation Institute (National Research University),

Moscow, Russia

[egorov\\_ff@rambler.ru](mailto:egorov_ff@rambler.ru)

**Abstract.** Currently, arc-shaped wings are widely used for small-sized missiles. Therefore, techniques are needed to determine the aerodynamic characteristics of such wings, primarily the lift coefficient.

1. The peculiarity of the arc-shaped wing flow is reduced to three aspects

Reduction of local angles of attack

2. Reduction of the "useful" component of the local lifting force of the panel

3. The convergence of the wing panels, and the amplification of the mutual influence of the panels.

Consideration of all these aspects is possible when using the discrete vortex method.

The wing is divided into panels with a given pitch in span and chord. In each panel there is a  $\Pi$ -shaped vortex.

When determining the geometric parameters that determine the position of the wing point relative to the vortex, it is necessary to take into account the curvature of the wing.

Two schemes of arc-shaped wings are considered: with an opening angle of  $90^\circ$  and with an opening angle of  $135^\circ$ .

The scheme with an opening angle of  $90^\circ$  is taken as the basis for consideration.

The transition to a scheme with an arbitrary opening angle is reduced to a simple recalculation of coordinates.

The calculation is performed in the following sequence:

1. The coordinates of the wing points in space are calculated.
2. The parameters of discrete vortices in space are determined.
3. A matrix of coefficients of the system of equations is formed.
4. The angles of attack are determined taking into account the spatial orientation of the wing element
5. The circulation values and the value of the wing lift coefficient are determined.

The calculation results for a rectangular wing are presented.

The wing is divided into 24 panels.

Mach number  $M = 0.8$ , angle of attack  $\alpha = 1^\circ$ .

The conclusion:

1. The discrete vortex method is very convenient for constructing an arc-shaped wing calculation model.
2. Acceptable calculation accuracy can be obtained already with a large grid.
3. The greatest influence on the accuracy of the calculation has an increase in the density of the grid along the span

4.To obtain acceptable accuracy, the curvature of the arched wing must be taken into account at all stages of the calculation

5.An arched wing with an opening angle of  $135^\circ$  has bearing characteristics close to those of a flat wing

**Keywords:** lift, wings, arcing, discrete vortices, interference

**For citation:** Egorov I.A. Taking into account the features of the flow around the arc-shaped wings at the design stage. *Trudy MAI*, 2022, no. 123. DOI:[10.34759/trd-2022-123-](https://doi.org/10.34759/trd-2022-123-06)

[06](#)

В связи с широким распространением дугообразных крыльев для малогабаритных летательных аппаратов [1,2,3,4], возникает потребность в разработке проектировочных методик для определения их аэродинамических характеристик, в первую очередь коэффициента подъемной силы. Такая потребность может возникнуть и при решении специальных задач [5,6,7].

Особенность обтекания дугообразного крыла сводится к трем аспектам:

1. Уменьшение местных углов атаки

$$\alpha_i = \alpha \cos \psi_i. \quad (1)$$

$\alpha$  – угол атаки летательного аппарата

2. Уменьшение «полезной» составляющей местной подъемной силы панели (рис.1).

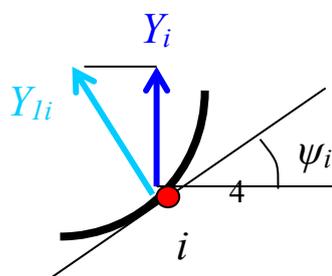




Рис.2 Разбиение развёртки крыла на панели

Используется разновидность сеточного метода, который широко применяется в аэродинамике для решения разнообразных задач [20]. Крыло разбивается на панели с заданным шагом по размаху ( $\Delta z$ ) и хорде ( $\Delta x$ ). В каждой панели располагается П-образный вихрь (рис.2).

Каждый П-образный вихрь состоит из трех прямолинейных вихрей: АВ, DC и CD (рис. 3).

Отличие от расчета коэффициента подъемной силы плоского крыла, помимо учета соотношений (1), (2), заключается в учете кривизны крыла при определении геометрических параметров  $R$ ,  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , определяющих положение расчетной точки крыла относительно прямолинейного вихря ( $R$  – расстояние от расчетной точки крыла до прямолинейного вихря,  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – углы между радиусами-векторами, определяющими положение расчетной точки крыла относительно концов прямолинейного вихря).

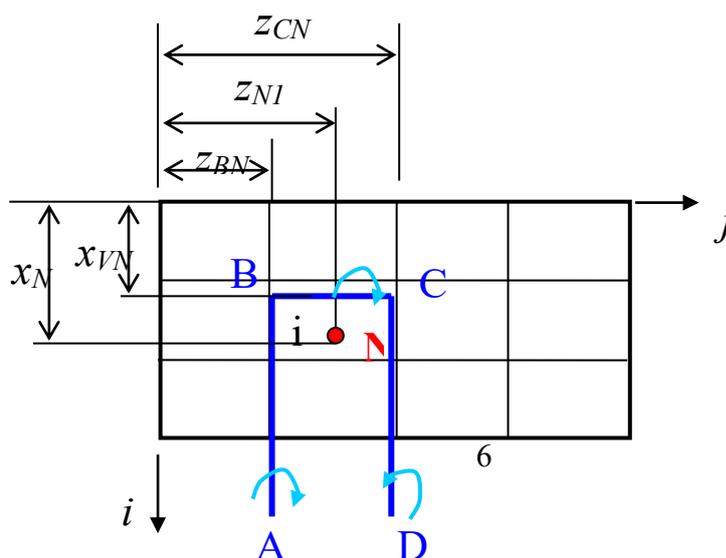


Рис.3 Координаты расчетных точек

Рассмотрению подлежат две схемы дугообразных крыльев: с углом раскрытия  $\omega = 90^\circ$  (рис.4 а) и схему с углом перераскрытия  $\varepsilon$  (рис. 4 б). Наибольшее распространение получила схема с углом перераскрытия  $\varepsilon=45^\circ$  (угол раскрытия  $\omega = 135^\circ$ ), как наиболее близкая к схеме с плоским крылом (4).

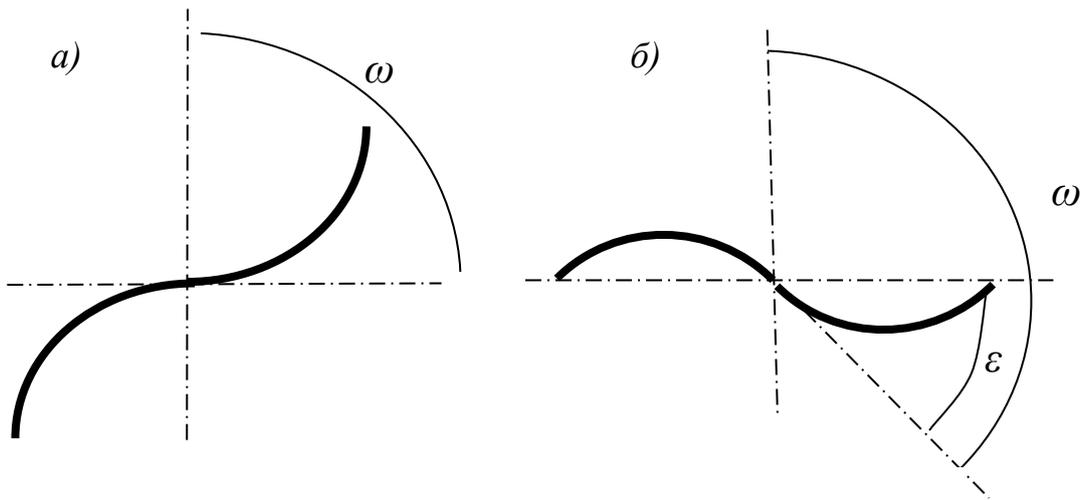


Рис.4 Схемы дугообразных крыльев

За основу рассмотрения целесообразно принять схему: с углом раскрытия  $\omega = 90^\circ$ , так как переход к схеме у произвольным углом перераскрытия сводится к простому пересчёту координат.

#### Определение координат расчетных точек

Расчёт выполняется в следующей последовательности:

1. Рассчитываются координаты расчетных точек правой консоли (рис. 5):

$z_{1N}$ ,  $x_N$ ,  $x_{VN}$ ,  $z_{1CN}$ ,  $z_{1BN}$ ,  $\varphi_N$ ,  $\varphi_{CN}$ ,  $\varphi_{BN}$ , где  $N$  – номер панели.

В координатах консоли:

$$z_{1N} = \Delta z \cdot (j - 0,5); \quad x_N = \Delta x \cdot (i - 0,25);$$

$$x_{VN} = \Delta x \cdot (i - 0,75); \quad z_{1BN} = z_{CN} - \Delta z; \quad z_{1CN} = \Delta z \cdot j.$$

В пространстве:

$$\varphi_N = \frac{z_{1N}}{R}; \quad \varphi_{BN} = \frac{z_{1BN}}{R}; \quad \varphi_{CN} = \frac{z_{1CN}}{R};$$

$$z_N = R \sin \varphi_N; \quad y_N = R(1 - \cos \varphi_N);$$

$$z_{CN} = R \sin \varphi_{CN}; \quad y_{CN} = R(1 - \cos \varphi_{CN});$$

$$z_{BN} = R \sin \varphi_{BN}; \quad y_{BN} = R(1 - \cos \varphi_{BN}).$$

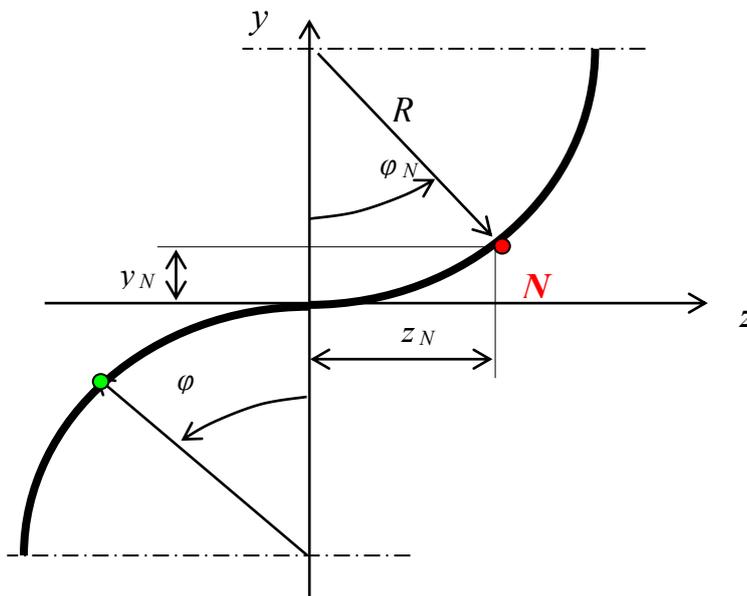


Рис.5 Система координат дугообразного крыла.

2. Определяются координаты расчетных точек левой консоли:

$$x_{N+N_n} = x_N ; \quad x_{VN+N_n} = x_{VN} ;$$

$$z_{N+N_n} = -z_N ; \quad y_{N+N_n} = -y_N ;$$

$$z_{CN+N_n} = -z_{BN} ; \quad y_{CN+N_n} = -y_{BN} ;$$

$$z_{BN+N_n} = -z_{CN} ; \quad y_{BN+N_n} = -y_{CN} ;$$

$$\varphi_{N+N_n} = \varphi_N ; \quad \varphi_{BN+N_n} = \varphi_{BN} ; \quad \varphi_{CN+N_n} = \varphi_{CN} ,$$

где  $N_n$  – количество панелей правой консоли

### Определение параметров дискретных вихрей

#### Вихрь 1 (BC)

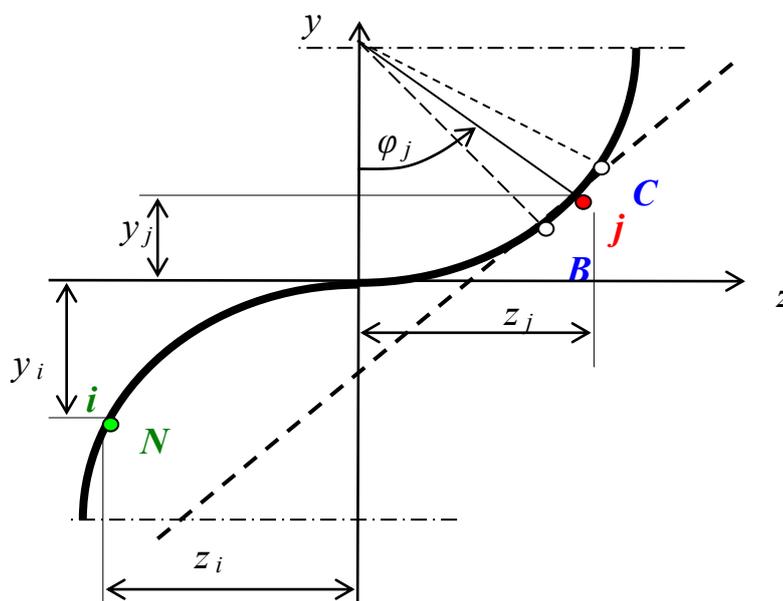


Рис.6 Определение параметров вихря BC.

Учитывая, что прямая  $BC$  (рис. 6) лежит в плоскости  $yz$ , выражение для определения расстояния от  $i$  – той расчетной точки крыла до вихря  $BC$ , расположенного в панели с номером  $j$ , запишется следующим образом [21]:

$$R_{BC}^2 = \frac{1}{m^2 + n^2} \{ [(x_i - x_{vj})m]^2 + [(y_i - y_{Bj})n - (z_i - z_{Bj})m]^2 + [(x_i - x_{vj})n]^2 \}$$

Здесь:  $m, n$  – параметры направляющего вектора прямой  $BC$ .

$$m = y_{Cj} - y_{Bj}; \quad n = z_{Cj} - z_{Bj}.$$

Знак параметра  $R_{BC}$  определяется знаком разности  $(x_{vj} - x_i)$ .

Таким образом, если  $(x_{vj} - x_i) < 0$ ,  $R_{BC} = -R_{BC}$

Знак параметра  $R_{BC}$  определяет направление скорости, индуцируемых вихрем (вверх или вниз).

Угол между направлением вихря  $BC$  и линией  $NB$ , соединяющей расчётную точку  $i$ -той панели с точкой начала вихря  $B$  [21]:

$$\cos \theta_1 = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$$

Для прямой  $NB$ :

$$l_2 = x_i - x_{vj}; \quad m_2 = y_i - y_{Bj}; \quad n_2 = z_i - z_{Bj}.$$

Аналогично определяется угол  $\theta_2$  между направлением вихря  $BC$  и линией  $NC$ , соединяющей расчётную точку  $i$ -той панели с точкой конца вихря  $C$ :

Для прямой  $NC$ :

$$l_2 = x_i - x_{vj}; \quad m_2 = y_i - y_{Cj}; \quad n_2 = z_i - z_{Cj}.$$

### Вихрь 2 (AB)

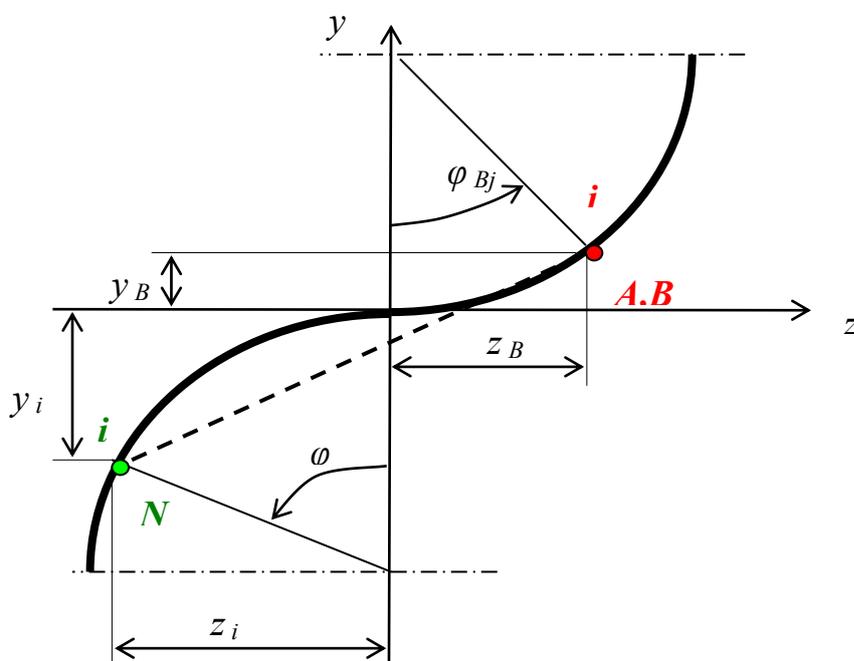


Рис.7 Определение параметров вихря AB.

Расстояние между точкой  $N$  и вихрем  $AB$  в панели  $j$  (рис. 7):

$$R_{NAB} = \sqrt{(z_{Bj} - z_i)^2 + (y_{Bj} - y_i)^2}$$

Если  $(z_{Bj} - z_i) < 0$ ,  $R_{NAB} = - R_{NAB}$

Косинус угла между направлением вихря  $AB$  и линией  $NA$ , соединяющей точку  $N$  с точкой  $A$  начала вихря:

$$\text{Cos}\theta_1 = 1$$

Косинус угла между направлением вихря  $AB$  и линией  $NB$ , соединяющей точку  $N$  с точкой  $B$  конца вихря:

$$\text{Cos}\theta_2 = \frac{l_2}{\sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}} \quad (3)$$

$$l_2 = x_{vj} - x_i; \quad m_2 = y_{Bj} - y_i; \quad n_2 = z_{Bj} - z_i.$$

### **Вихрь 3 (CD)**

Схема определения параметров вихря аналогична рис.7 с заменой обозначения точек вихря  $A,B$  на  $C,D$ .

Расстояние между точкой  $N$  и вихрем  $CD$  в панели  $j$ :

$$R_{NCD} = \sqrt{(z_i - z_{Cj})^2 + (y_i - y_{Cj})^2}$$

Если  $(z_i - z_{Cj}) < 0$ ,  $R_{NCD} = - R_{NCD}$

Косинус угла между направлением вихря  $CD$  и линией  $NC$ , соединяющей точку  $N$  с точкой  $C$  начала вихря определяется по формуле (3) со следующими параметрами:

$$l_2 = x_i - x_{vj}; \quad m_2 = y_i - y_{Cj}; \quad n_2 = z_i - z_{Cj}.$$

$$\cos \theta_2 = -1$$

### **Формирование матрицы коэффициентов системы уравнений**

Далее проводятся стандартные для метода дискретных вихрей операции по формированию матрицы параметра скорости.

В каждой расчетной точке крыла ( $i$ ) значение параметра скорости, индуцируемой вихрем ( $j$ ) определяется суммированием

$$\tilde{V}_{ij} = \tilde{V}_{1ij} + \tilde{V}_{2ij} + \tilde{V}_{3ij}$$

$\tilde{V}_{1ij}, \tilde{V}_{2ij}, \tilde{V}_{3ij}$  – значения параметров скоростей, индуцируемых вихрями  $BC$ ,  $AB$  и  $CD$ , расположенными в панели  $j$  в расчетной точке, расположенной в панели  $i$  крыла.

Параметр скорости, индуцируемой вихрем  $n$  в точке крыла

$$\tilde{V}_n = \frac{\cos \theta_{1n} - \cos \theta_{2n}}{R_n}$$

$R_n$  - расстояние вихря от расчётной точки крыла,  $\cos\theta_{1n}$  - косинус угла между направлением вихря и линией, соединяющей расчётную точку крыла с точкой начала вихря,  $\cos\theta_{2n}$  - косинус угла между направлением вихря и линией, соединяющей расчётную точку крыла с точкой конца вихря

Система уравнений метода дискретных вихрей:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N \bar{V}_{1j} \Gamma_j = -\alpha_1 \\ \sum_{j=1}^N \bar{V}_{2j} \Gamma_j = -\alpha_2 \\ \dots\dots\dots \\ \sum_{j=1}^N \bar{V}_{ij} \Gamma_j = -\alpha_i \\ \dots\dots\dots \\ \sum_{j=1}^N \bar{V}_{Nj} \Gamma_j = -\alpha_N \end{array} \right.$$

$N$  –общее количество панелей разбиения крыла,  $\alpha_i$  – угол атаки в  $i$ -той расчетной точке,  $\Gamma_j$  – циркуляция вихря  $j$ .

$\bar{V}_{ij} = \frac{\tilde{V}_{ij}}{4\pi V_\infty}$  относительный параметр скорости, индуцируемой в точке крыла  $i$

вихрем  $j$ ,

$V_\infty$  – скорость набегающего потока.

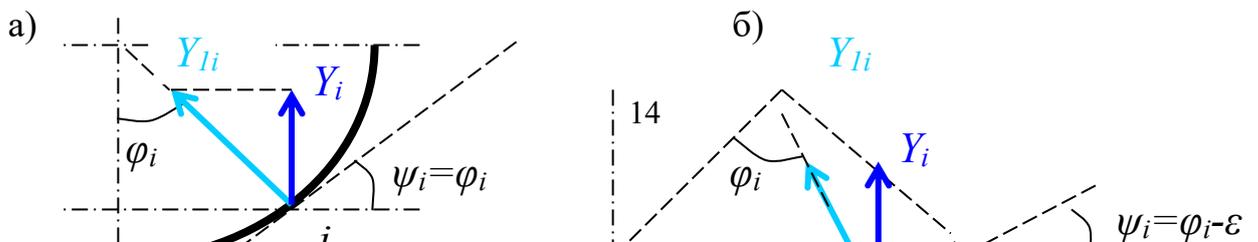


Рис.8 Разложение нормальной силы элемента дугообразного крыла для различных углов раскрытия

Угол атаки  $\alpha_i$  определяется по формуле (1). При этом для угла раскрытия  $90^\circ$  (рис.8 а)  $\psi_i = \varphi_i$ , а при угле раскрытия  $135^\circ$  (рис.8 б)  $\psi_i = \varphi_i - \varepsilon$ .

### Определение значения коэффициента подъемной силы дугообразного крыла

По полученным из решения системы уравнений значениям циркуляции, можно определить значение коэффициент подъемной силы крыла:

$$c_y = \frac{2\Delta z}{V_\infty S} \sum_{j=1}^N \Gamma_j \cos \psi_j$$

$S$  – площадь крыла.

Результаты расчета по изложенной методике для крыла, изображённого на рис.9 с разбиением, изображённым на рис. 2, числа Маха  $M = 0,8$  и угла атаки  $\alpha = 1^\circ$  приведены на рис.10, рис.11.

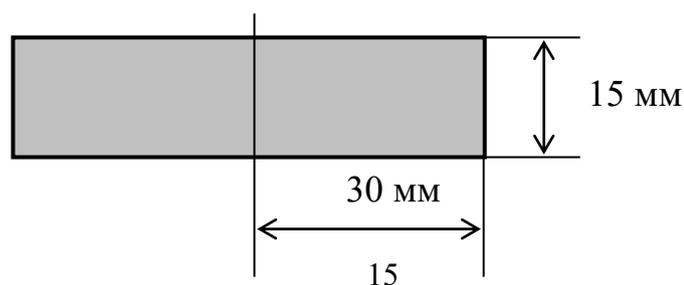


Рис.9 Размеры развёртки крыла

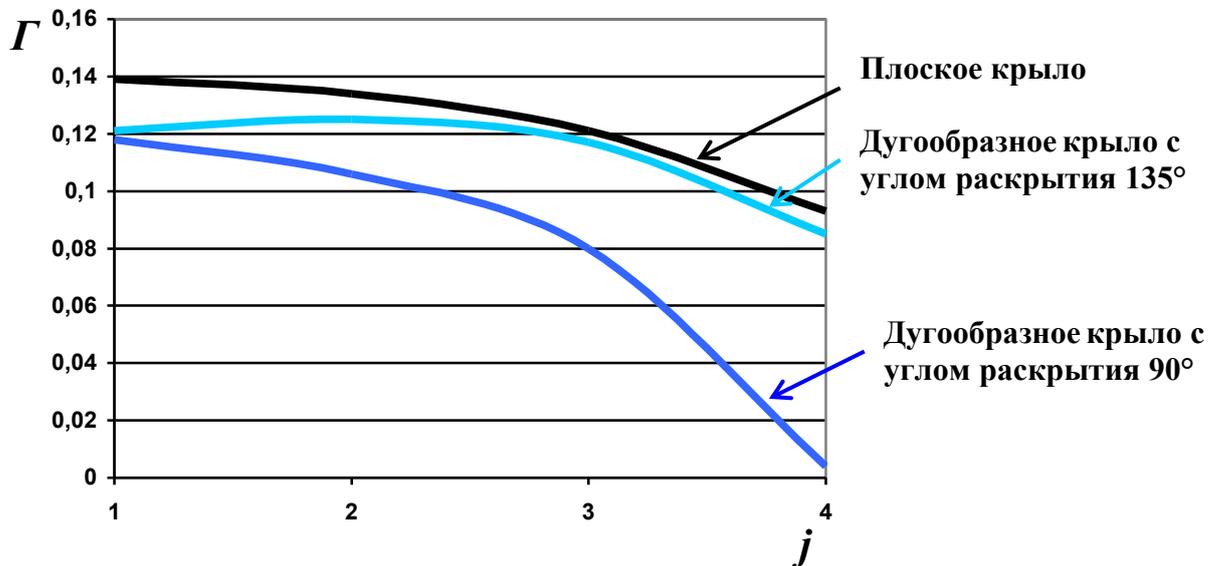


Рис.10 Распределение циркуляции по полуразмаху для различных крыльев ( $j$  - номер панели вдоль размаха)

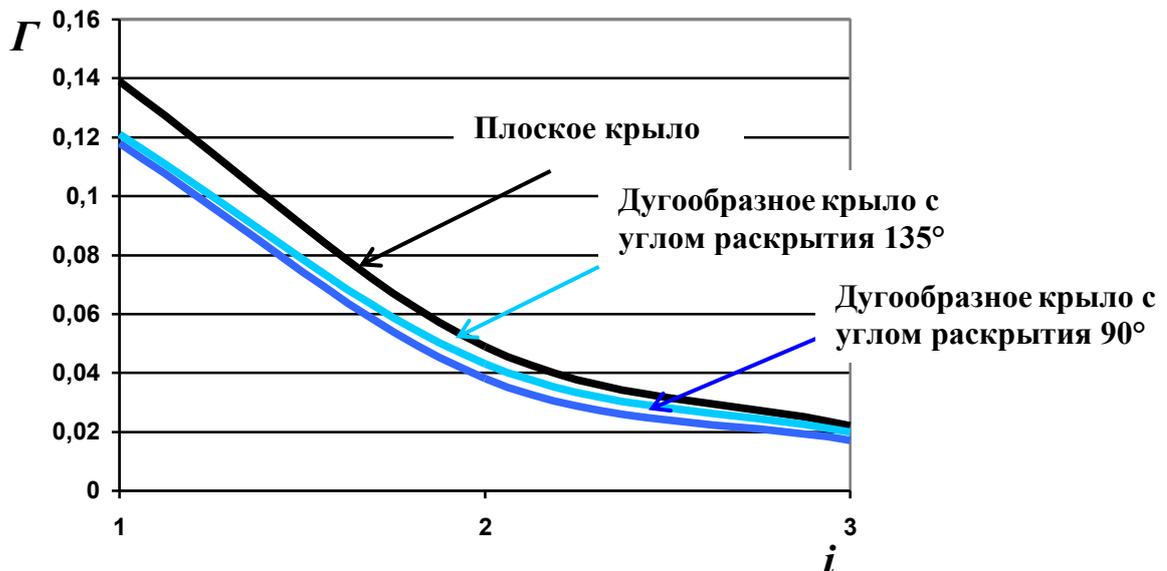


Рис.11 Распределение циркуляции по хорде для различных крыльев ( $i$  - номер панели вдоль хорды)

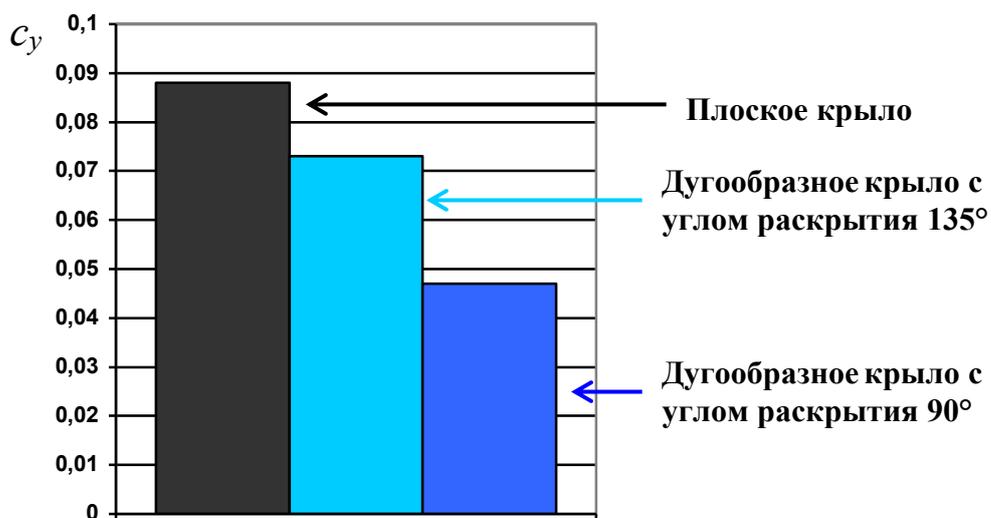
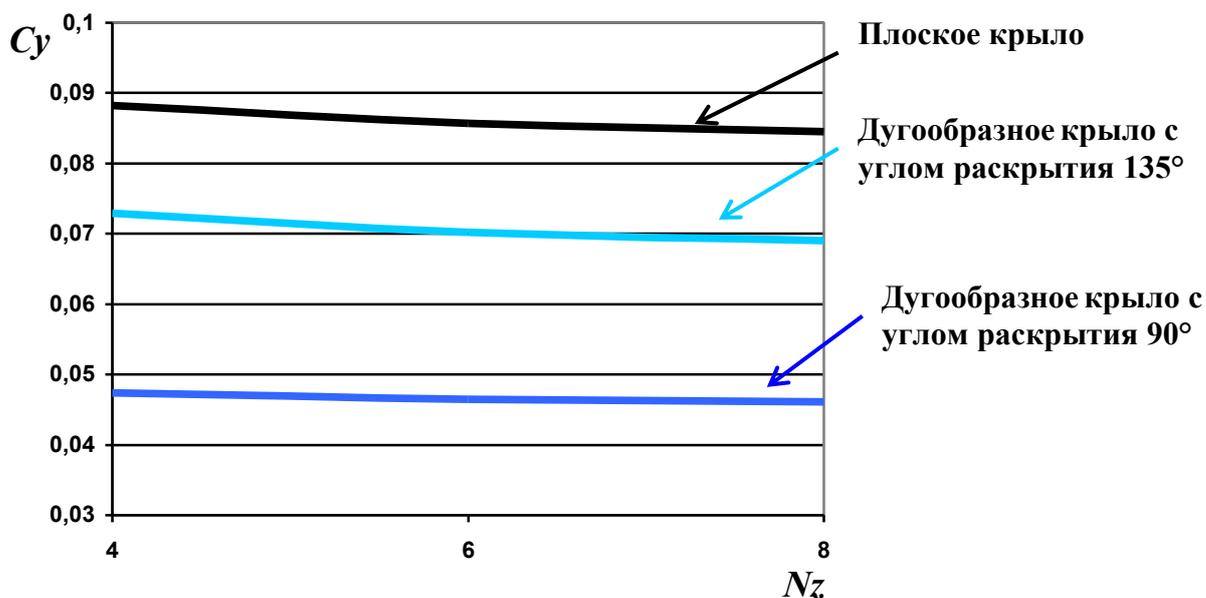


Рис.12 Значения коэффициента подъёмной силы различных крыльев

*Примечание:* полученное значение коэффициента подъёмной силы плоского крыла хорошо согласуется с данными графиков, приведённых в [22], расхождение составляет 4,5 %, а при увеличении количества панелей разбиения крыла вдоль полуразмаха до 8 расхождение снижается до 0,6%.



### Рис.13 Зависимость точности расчёта от густоты сетки вдоль размаха

Как видно из рис.10 и рис.12, дугообразного крыло с углом раскрытия  $135^\circ$  является приближённой аппроксимацией плоского крыла (подъёмная сила составляет 83% подъёмной силы плоского крыла.).

Как показано на рис.13, при увеличении количества панелей разбиения крыла с 24 до 48 за счёт уменьшения шага разбиения вдоль размаха, значение коэффициента подъёмной силы изменилось на 4,2 % для плоского крыла, на 2,7 % для дугообразного крыла с углом раскрытия  $90^\circ$  и на 5,3% для дугообразного крыла с углом раскрытия  $135^\circ$ .

Увеличение густоты сетки вдоль хорды менее заметно сказывается на точности расчёта. При увеличении количества панелей с 24 до 48 за счёт уменьшения шага разбиения вдоль хорды, значение коэффициента подъёмной силы изменилось на 0,1 % для плоского крыла, на 1,04 % для дугообразного крыла с углом раскрытия  $90^\circ$  и на 1,2 % для дугообразного крыла с углом раскрытия  $135^\circ$ .

Представляет интерес вопрос о допустимости пренебрежения кривизной дугообразного крыла при формировании матрицы системы уравнений и учёта только изменения ориентации сечения крыла относительно потребного направления подъёмной силы, что позволили бы использовать результаты, полученные для плоских крыльев. Проведённые расчёты показали, что это приводит к существенным погрешностям. Для крыла с углом раскрытия  $135^\circ$  погрешность составила 10,7 %, а для крыла с углом раскрытия  $90^\circ$  даже 33 %.

### Заключение

- 1.Метод дискретных вихрей весьма удобен для построения модели расчета дугообразного крыла.
- 2.Приемлемую точность расчёта удаётся получить уже при крупной сетке.
- 3.Для получения приемлемой точности, учёт кривизны дугообразного крыла необходимо проводить на всех этапах расчёта.
- 4.Дугообразное крыло с углом раскрытия  $135^\circ$  обладает несущими характеристиками достаточно близкими к характеристикам плоского крыла.

### **Список источников**

1. Модернизированный самоходный противотанковый ракетный комплекс "Штурм-СМ" (индекс 9К132). URL: <https://www.kbm.ru/ru/production/ptrk/511.print>
2. Управляемый снаряд 9М114. URL: <https://missilery.info/missile/shturms/9m114>
3. Противотанковый ракетный комплекс 9К123 Хризантема. URL: <https://missilery.info/missile/khrizantema>
4. Малогабаритная управляемая ракета Raytheon Pike (США). URL: <https://topwar.ru/117526-malogabaritnaya-upravlyaemaya-raketa-raytheon-pike-ssha.html>
5. Неделин В.Г., Парафесь С.Г. Обеспечение аэроупругой устойчивости маневренного беспилотного летательного аппарата на этапе эскизного проектирования // Труды МАИ. 2013. № 66 URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=40256>
6. Бураго Н.Г. Метод расчета аэродинамических коэффициентов летательных аппаратов с крыльями в схеме «икс», имеющими малый размах // Труды МАИ. 2014. № 72. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=47436>

7. Пархаев Е.С., Семенчиков Н.В. Некоторые вопросы оптимизации профиля крыла малоразмерного беспилотного летательного аппарата // Труды МАИ. 2015. № 80. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=56884>
8. Краснов Н.Ф. Аэродинамика. Ч. I Методы аэродинамического расчета. - М.: Высшая школа, 1976. - 384 с.
9. Хемш М., Нилсен Д. Аэродинамика ракет. Кн.2. Методы аэродинамического расчета. – М.: Мир, 1989. - 508 с.
10. Колесников Г.А. Аэродинамика летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1993. - 544 с.
11. Глушков Н.Н. О точности расчёта аэродинамических характеристик тонких крыльев и профилей методом дискретных вихрей // Учёные записки ЦАГИ. 1982. Т. 13. № 3. С. 125-130.
12. Белоцерковский С.М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа. – М.: Наука, 1965. - 244 с.
13. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К. Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла на дозвуковых скоростях. – М.: Наука, 1975. - 424 с.
14. Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. Аэроупругость летательных аппаратов. – М.: Изд-во МАИ, 2020. - 100 с.
15. Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. Избранные задачи аэроупругости. – М.: Изд-во МАИ, 2007. - 48 с.
16. Ляскин А.С., Шахов В.Г. Метод расчета аэродинамических характеристик деформируемого крыла // Известия вузов. Авиационная техника. 2000. № 4. С. 15-18.

17. Шклярчук Ф.Н., Альшебель Айхам. Математическая модель аэроупругости стреловидного крыла для расчета аэродинамических нагрузок // Известия вузов. Авиационная техника. 2003. № 1. С. 13–18.
18. Алшебель Айхам. Модели для расчёта нагрузок и оптимизации конструкции самолёта с учётом аэроупругости. Дисс. к.т.н., Москва, МАИ, 2003.
19. Кажан В.Г. Расчёт аэродинамической эффективности вертикальных концевых поверхностей // Учёные записки ЦАГИ. 1982. Т. XIII. № 1. С. 64-69.
20. Корнев С.В., Артамонова Л.Г. Требования к расчётным сеткам для решения задач внешней дозвуковой аэродинамики летательных аппаратов // Труды МАИ. 2012. № 61. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=35639>
21. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов. - М.: Наука, 1980. - 976 с.
22. Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полета. – М.: Машиностроение, 1973. - 616 с

## References

1. *Modernizirovanniy samokhodnyy protivotankovyy raketnyy kompleks "Shturm-SM"* (indeks 9K132). URL: <https://www.kbm.ru/ru/production/ptrk/511.print>
2. *Upravlyaemyy snaryad 9M114*. URL: <https://missilery.info/missile/shturms/9m114>
3. *Protivotankovyy raketnyy kompleks 9K123 Khrizantema*. URL: <https://missilery.info/missile/khrizantema>

4. *Malogabaritnaya upravlyaemaya raketa Raytheon Pike (SShA)*. URL: <https://topwar.ru/117526-malogabaritnaya-upravlyaemaya-raketa-raytheon-pike-ssha.html>
5. Nedelin V.G., Parafes' S.G. *Trudy MAI*, 2013, no. 66 URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=40256>
6. Burago N.G. *Trudy MAI*, 2014, no. 72. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=47436>
7. Parkhaev E.S., Semenchikov N.V. *Trudy MAI*, 2015, no/ 80. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=56884>
8. Krasnov N.F. *Aerodinamika. Ch. I. Metody aerodinamicheskogo rascheta* (Aerodynamics. Part 1. Methods of aerodynamic calculation), Moscow, Vysshaya shkola, 1976, 384 p.
9. Khemsh M., Nilsen D. *Aerodinamika raket. Kn.2. Metody aerodinamicheskogo rascheta* (Tactical missile aerodynamics. Book 2. Methods of aerodynamic calculation), Moscow, Mir, 1989, 508 p.
10. Kolesnikov G.A. *Aerodinamika letatel'nykh apparatov* (Aerodynamics of aircraft), Moscow, Mashinostroenie, 1993, 544 p.
11. Glushkov N.N. *Uchenye zapiski TsAGI*, 1982, vol. 13, no. 3, pp. 125-130.
12. Belotserkovskii S.M. *Tonkaya nesushchaya poverkhnost' v dozvukovom potoke gaza* (Thin bearing surface in subsonic gas flow), Moscow, Nauka, 1965, 244 p.
13. Belotserkovskii S.M., Skripach B.K. *Aerodinamicheskie proizvodnye letatel'nogo apparata i kryla na dozvukovykh skorostyakh* (Aerodynamic derivatives of an aircraft and a wing at subsonic speeds). Moscow, Nauka, 1975, 424 p.

14. Grishanina T.V., Shklyarchuk F.N. *Aerouprugost' letatel'nykh apparatov* (Aeroelasticity of aircraft), Moscow, Izd-vo MAI, 2020, 100 p.
15. Grishanina T.V., Shklyarchuk F.N. *Izbrannye zadachi aerouprugosti* (Selected aeroelasticity problems), Moscow, Izd-vo MAI, 2007, 48 p.
16. Lyaskin A.S., Shakhov V.G. *Izvestiya vuzov. Aviatsionnaya tekhnika*, 2000, no. 4, pp. 15-18.
17. Shklyarchuk F.N., Al'shebel' Aikham. *Izvestiya vuzov. Aviatsionnaya tekhnika*, 2003, no. 1, pp. 13–18.
18. Alshebel' Aikham. *Modeli dlya rascheta nagruzok i optimizatsii konstruktsii samoleta s uchetom aerouprugosti*. (Models for calculating loads and optimizing the aircraft design taking into account aeroelasticity), Doctor's thesis, Moscow, MAI, 2003
19. Kazhan V.G. *Uchenye zapiski TsAGI*, 1982, vol. XIII, no. 1, pp. 64-69.
20. Kornev S.V., Artamonova L.G. *Trudy MAI*, 2012, no. 61. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=35639>
21. Bronshtein I.N., Semendyaev KA. *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya VTUZov* (Handbook of Mathematics for engineers and students of higher education institutions), Moscow, Nauka, 1980, 976 p.
22. Lebedev A.A., Chernobrovkin L.S. *Dinamika poleta* (Flight dynamics), Moscow, Mashinostroenie, 1973, 616 p.

Статья поступила в редакцию 13.02.2022; одобрена после рецензирования 28.02.2022; принята к публикации 20.04.2022.

The article was submitted on 13.02.2022; approved after reviewing on 28.02.2022; accepted for publication on 20.04.2022.